EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 21

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(15-3\cdot5):5+1$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dacă $x\%$ din 80 este egal cu 40, atunci x este egal cu $\dots$.

5p **3.** Dacă n este numărul natural din intervalul $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$, atunci n este egal cu $\dots$.

5p **4.** Dreptunghiul $MNPQ$ are lungimea $MN=10\text{cm}$ și lățimea $NP=7\text{cm}$. Aria acestui dreptunghi este egală cu $\dots\text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă patrulateră cu baza dreptunghiul $ABCD$. Unghiul dreptelor AD și $D'C'$ are măsura de $\dots$ °.

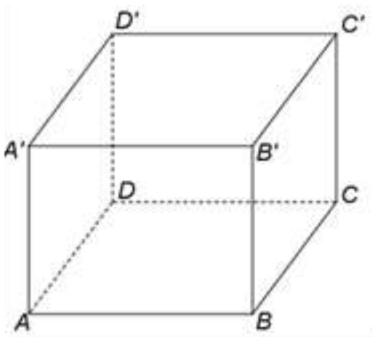


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la o stație meteorologică, în timpul unei zile, la diferite ore.

Ora	Ora 6	Ora 9	Ora 11	Ora 13	Ora 15	Ora 17	Ora 19
Temperatura (°C)	10	12	13	15	17	15	14

Conform informațiilor din tabel, diferența dintre cea mai mare temperatură și cea mai mică temperatură înregistrate în acea zi este egală cu $\dots$ °C .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un trapez $ABCD$ cu bazele AB și CD, $AB>CD$.

5p **2.** Se consideră numerele reale $x=\left(2^{20}\right)^3:2^{56}-2^3$ și $y=\left(3^{23}-3^{22}-3^{21}-3^{20}\right):3^{20}+3^0+3^1$. Calculaţi media geometrică a numerelor x și y.

5p **3.** O bunică și cei doi nepoți au suma vârstelor egală cu 69 de ani. Vârsta bunicii este un număr natural de două cifre, în care cifra zecilor reprezintă vârsta unui nepot, iar cifra unităților reprezintă vârsta celuilalt nepot. Determinați vârsta bunicii.

4. Se consideră numerele reale $a=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$ și $b=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{6}}\right):\frac{1}{\sqrt{6}}$.

5p **a)** Arătați că $a=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=(b-2a)^2-\sqrt{24}$ este natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(3x-1)^2-(3x+1)^2+(3x+2)^2-9x^2$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E(1)+E(2)+E(3)+\ldots+E(49)$ este pătratul unui număr natural.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB=12\text{cm}$, $CD=4\text{cm}$ şi $m(\sphericalangle ABC)=60°$. Paralela prin B la dreapta AC intersectează dreapta CD în punctul P.

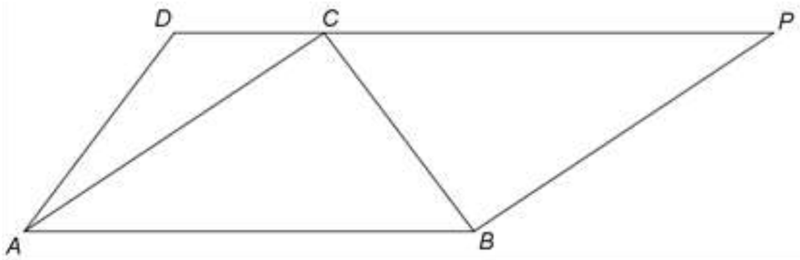


Figura 2

5p **a)** Arătați că măsura unghiului ADC este egală cu $120°$.

5p **b)** Arătați că aria patrulaterului $ABPD$ este egală cu $56\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **c)** Se consideră punctul M, mijlocul segmentului AB și N, punctul de intersecție a dreptelor PM și BC. Demonstrați că lungimea segmentului BN este mai mică decât $2,7\text{cm}$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=4\text{cm}$. Punctele M și N sunt situate pe laturile AB și BC astfel încât $AM=3\text{cm}$ și $BN=3\text{cm}$, iar E este punctul de intersecție a dreptelor AN și DM.

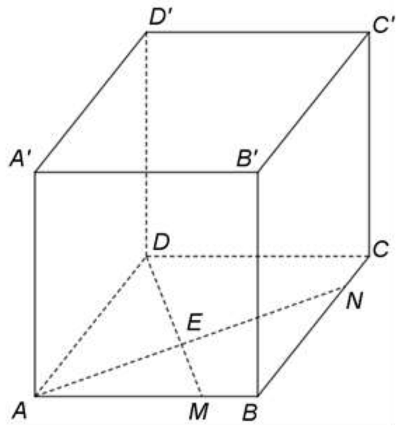


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 16cm^2.

5p **b)** Arătați că distanța de la punctul A' la dreapta DM este egală cu $\frac{4\sqrt{34}}{5}\text{cm}$.

5p **c)** Determinați sinusul unghiului dintre dreapta AD și planul (ANA').

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 22

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $20-(20:4+5)$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Numărul care reprezintă 10% din 20 este egal cu $\dots$.

5p **3.** Dacă $A=\left\{-1,\frac{1}{2},1,\frac{3}{2}\right\}$ și $\mathbb{N}$ este mulțimea numerelor naturale, atunci $A\cap\mathbb{N}=\{\dots\}$.

5p **4.** Triunghiul echilateral ABC are $AB=4\text{cm}$. Perimetrul acestui triunghi este egal cu $\dots$ cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AD' și AB' are măsura de $\dots^\circ$.

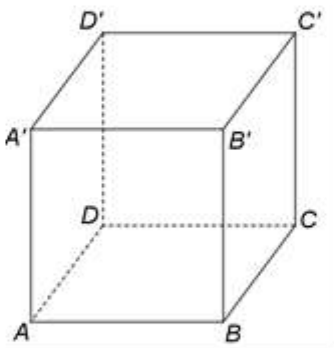


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este dată o dependenţă funcţională.

x	-1	a	1
$y=3x-2$	-5	-2	1

Conform informațiilor din tabel, numărul real a este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelogram $ABCD$ cu $m(\sphericalangle ABC)>90^\circ$.

5p **2.** Numerele reale a, b și c sunt direct proporționale cu numerele 3, 7 și 11. Arătați că b este media aritmetică a numerelor a și c.

5p **3.** Un kilogram de banane costă cât două kilograme de portocale. Un restaurant a cumpărat treizeci de kilograme de portocale și patruzeci și cinci de kilograme de banane, pentru care a plătit 360 de lei. Determinați prețul unui kilogram de portocale.

4. Se consideră numerele reale $x=\left(1+\sqrt{3}\right)^2-2\left(2-\sqrt{5}\right)$ și $y=\left(\sqrt{15}+\sqrt{75}-\sqrt{45}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{15}}$.

5p **a)** Arătați că $x=2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=x(y-1)$ este natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x-1)^2+(2x-1)^2+(1-x)(2x-1)+3x-1$, unde x este număr real. Determinați numărul natural n pentru care numărul $E(n)$ este prim.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi dreptunghic ABC cu $AB \perp AC$, $AC = 4\text{cm}$ şi $BC = 8\text{cm}$. Semidreapta CM, $M \in AB$ este bisectoarea unghiului ACB.

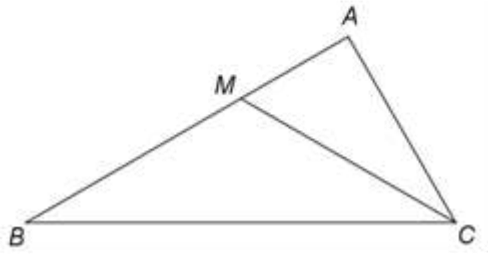


Figura 2

5p **a)** Arătați că $AB = 4\sqrt{3}\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul BMC este isoscel.

5p **c)** Se consideră punctul N, pe latura AC, astfel încât distanța de la punctul N la dreapta AB să fie egală cu distanța de la punctul N la dreapta BC. Demonstrați că $\left(2+\sqrt{3}\right)NA = AB$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AC = 16\text{cm}$ și $BD = 12\text{cm}$. Punctul M este mijlocul laturii CD, $PM \perp (ABC)$, $PM = 4\text{cm}$ și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

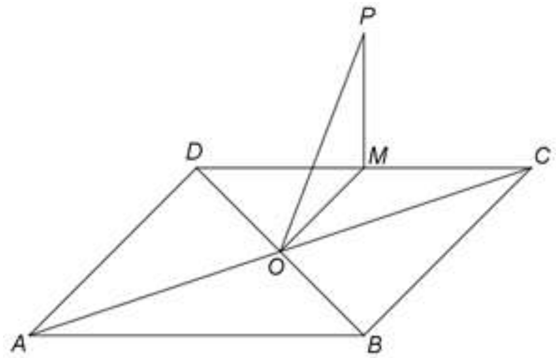


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 96cm^2.

5p **b)** Demonstrați că dreapta AD este paralelă cu planul (POM).

5p **c)** Determinați distanța de la punctul P la dreapta AC.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 23

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $40:4-4\cdot 2$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dacă $\frac{2x-1}{3}=5$, atunci numărul x este egal cu $\dots$.

5p **3.** Suma numerelor naturale din intervalul $[-2,2]$ este egală cu $\dots$.

5p **4.** Dacă unghiurile ABC și DEF sunt complementare și $m(\sphericalangle ABC)=45°$, atunci măsura unghiului DEF este egală cu $\dots°$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Lungimea muchiei AB este egală cu 10cm. Lungimea muchiei AA' este egală cu $\dots\text{cm}$.

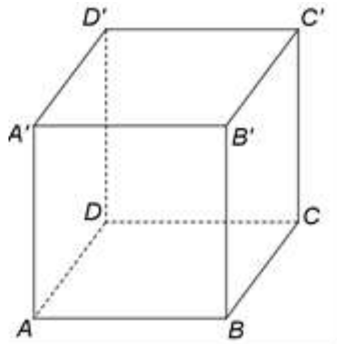
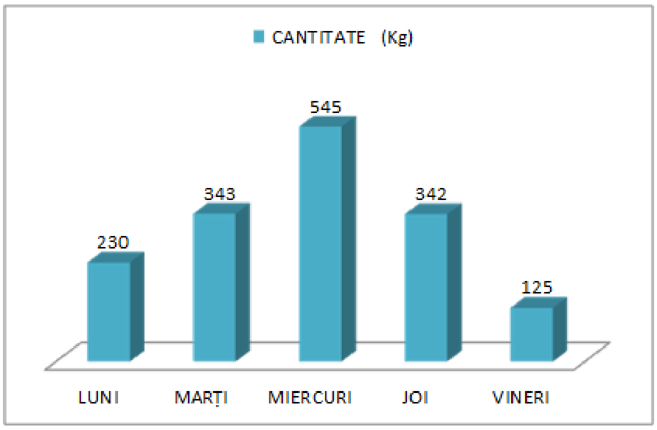


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare sunt prezentate informații despre cantitățile de fructe vândute, în kilograme, înregistrate în zilele unei săptămâni, la un supermarket.



Conform informațiilor din diagramă, media cantităților de fructe vândute în acea săptămână este egală cu $\dots$kg.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o prismă triunghiulară $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul ABC.

5p **2.** Arătați că media aritmetică a numerelor reale $x=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right):\frac{7}{12}$ și $y=\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right):\frac{1}{4}$ este egală cu 2.

5p **3.** Mai multe persoane vor să cumpere împreună un cadou. Dacă fiecare persoană contribuie cu câte 25 de lei mai este nevoie de încă 50 de lei, iar dacă fiecare persoană contribuie cu câte 35 de lei vor fi în plus 40 de lei. Determinați numărul de persoane care contribuie la cumpărarea cadoului.

4. Se consideră mulțimile $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,\frac{7}{2x+1}\in\mathbb{Z}\right\}$ și $B=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,\left(1-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)\le x\le\left|1-\sqrt{2}\right|+1-\sqrt{2}\right\}$.

5p **a)** Arătați că $A=\{-4,-1,0,3\}$.

5p **b)** Determinați elementele mulțimii $A\cap B$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x+2)^2-(x-1)^2-2(x+3)-5$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $0<E(n)\le 11$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AC=8\,\text{cm}$ și $BD=6\,\text{cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului AB, punctul N este mijlocul segmentului BC și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

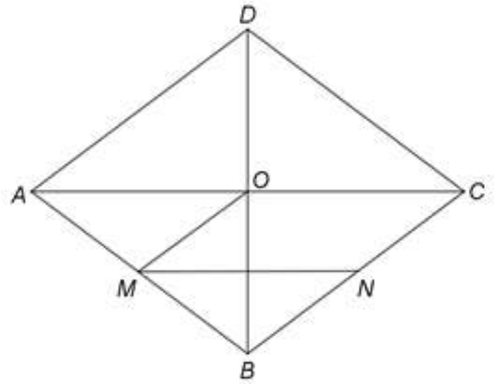


Figura 2

5p **a)** Arătați că $AB=5\,\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că unghiurile OMN și BAC sunt congruente.

5p **c)** Demonstrați că punctul O este centrul de greutate al triunghiului DMN.

2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=12\,\text{cm}$, $BC=6\,\text{cm}$ și $AA'=12\,\text{cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului AB.

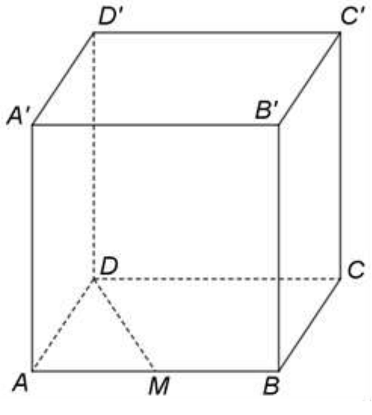


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABB'A'$ este egală cu $144\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Determinați distanța de la punctul A' la dreapta DM.

5p **c)** Determinați măsura unghiului dreptelor DM și BN, unde N este mijlocul segmentului CC'.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 24

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $20\cdot 4-4\cdot 10$ este egal cu … .

5p **2.** Numărul care reprezintă 75% din 100 este egal cu … .

5p **3.** Cel mai mare număr par din mulțimea numerelor naturale de două cifre este … .

5p **4.** Dacă unghiurile ABC și $A'B'C'$ sunt suplementare și $m(\sphericalangle ABC)=60°$, atunci măsura unghiului $A'B'C'$ este egală cu …°.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Suma lungimilor tuturor muchiilor acestui cub este egală cu 120 cm. Lungimea muchiei AB este egală cu … cm.

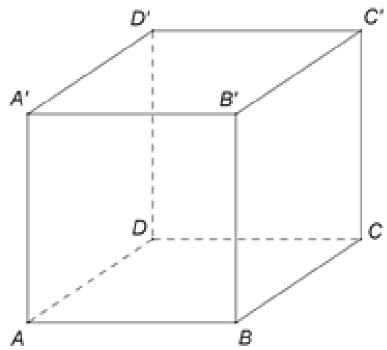
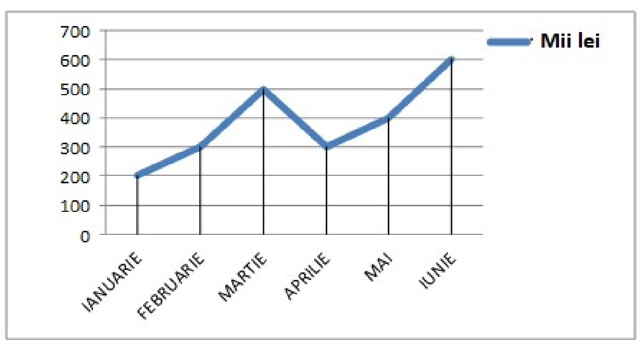


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare sunt prezentate încasările unei firme, în mii lei, înregistrate în fiecare dintre primele șase luni ale unui an.



Conform informațiilor din diagramă, media sumelor încasate în primele cinci luni ale anului este egală cu … mii lei.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$ și vârful V.

5p **2.** Determinați numerele naturale de patru cifre care se divid cu 10 și cu 9 și care au două cifre egale cu 4.

5p **3.** Într-o clasă, numărul elevilor absenți din ziua de luni a reprezentat $\frac{1}{8}$ din numărul elevilor prezenți. Marți, numărul elevilor absenți a scăzut cu 1 față de luni și a reprezentat 8% din numărul elevilor prezenți în acea zi. Determinați numărul elevilor din acea clasă.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{8}+\sqrt{12}+\sqrt{18}+\sqrt{27}\right)$ și $b=\left(3+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2$.

5p **a)** Arătați că $a=-5$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=b-\sqrt{-a}$ este prim.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+3)(3x-2)-(x-1)^2-(2x-1)^2+26$, unde x este număr real. Demonstrați că $E\left(7^n-2\right)$ se divide cu 7^{n+1}, pentru orice număr natural nenul n.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un cerc de centru O și rază $R=16\text{cm}$. Punctele A, B, C și D, în această ordine, sunt situate pe $\mathcal{C}(O,R)$ astfel încât $m\left(\widehat{AB}\right)=75^\circ$, $m\left(\widehat{BC}\right)=90^\circ$ și $m\left(\widehat{CD}\right)=75^\circ$.

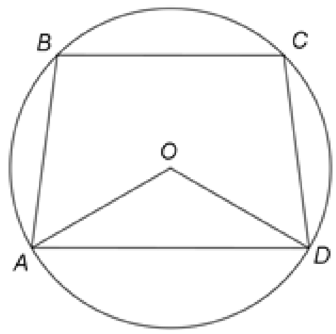


Figura 2

5p **a)** Arătați că arcul mic $\widehat{AD}$ are măsura de 120°.

5p **b)** Determinați lungimea coardei BC.

5p **c)** Demonstrați că patrulaterul $ABCD$ este trapez isoscel.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$, cu baza triunghiul echilateral ABC, $AB=12\sqrt{3}\text{cm}$, $VA=20\text{cm}$ și $VO\perp(ABC)$, unde O este centrul cercului circumscris ΔABC. Punctul M este mijlocul muchiei BC, punctul N este mijlocul segmentului AO și punctul P este situat pe muchia VA astfel încât $VP=2AP$.

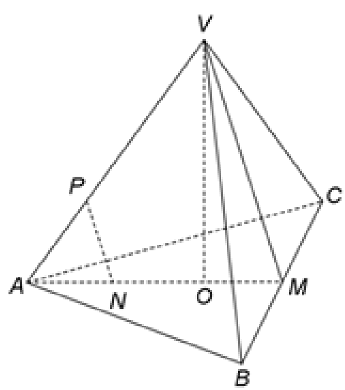


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $108\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că dreapta NP este paralelă cu planul (VBC).

5p **c)** Arătați că sinusul unghiului dintre dreapta VO și planul (VBC) este egal cu $\frac{3\sqrt{73}}{73}$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 25

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $8^2-64(10-20:2)$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** O sută de kilograme de cartofi costă 150 de lei. Zece kilograme de cartofi de același fel costă $\dots$ lei.

5p **3.** Produsul numerelor naturale din intervalul $(0,4)$ este egal cu $\dots$.

5p **4.** Dreptunghiul $ABCD$ are lungimea de 4 cm și lățimea de 3 cm. Lungimea diagonalei AC a acestui dreptunghi este egală cu $\dots\text{ cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AB și BC are măsura egală cu $\dots°$.

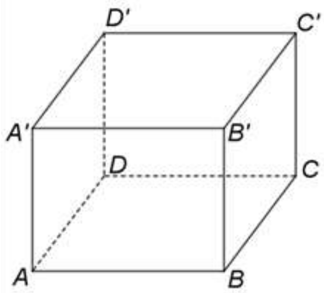
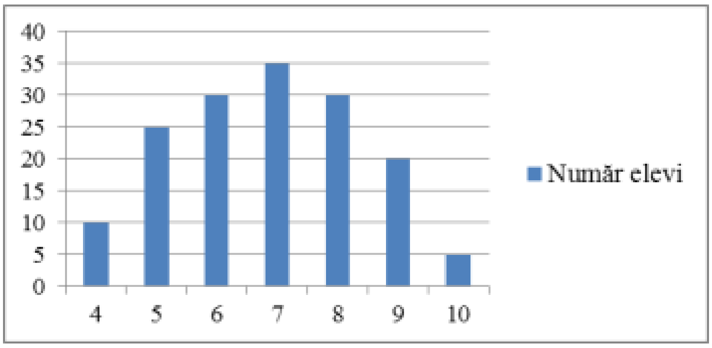


Figura 1

5p **6.** În graficul de mai jos este prezentată repartiţia elevilor claselor a VIII-a dintr-o şcoală, în funcție de notele obţinute la un test din semestrul I.



Conform informațiilor din grafic, numărul elevilor care au obţinut note mai mari sau egale cu 7 la acest test este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un romb $ABCD$ cu $m(\sphericalangle BAD)<90°$.

5p **2.** Dacă împărțim numărul natural n la 15 și la 22, obținem de fiecare dată restul 13. Determinați ultima cifră a numărului natural n .

5p **3.** Ionel are o sumă de bani și vrea să cumpere două cărți, una de matematică și una de fizică. Prețul cărții de matematică reprezintă 65% din suma pe care o are Ionel, iar prețul cărții de fizică reprezintă $57{,}5\%$ din aceeași sumă. Pentru a cumpăra cele două cărți Ionel mai are nevoie de $4{,}5$ lei. Determinați suma de bani pe care o are Ionel.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(1-\frac{1}{\sqrt{8}}\right):\left(5-3\sqrt{2}\right)$ și $b=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}$.

5p **a)** Arătați că $a=\frac{1}{4}$.

5p **b)** Calculați $(4a-2b)^{2020}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x-1)^2+(2x+1)(x+3)+(3x-1)^2+3x$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E(m)$ este impar, pentru orice număr întreg m.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $m(\sphericalangle DAB)=90°$, $AB=20\text{cm}$ și $CD=5\text{cm}$. Diagonalele trapezului sunt perpendiculare și O este punctul lor de intersecție.

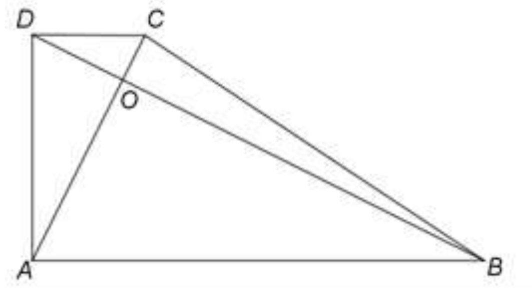


Figura 2

5p **a)** Arătați că linia mijlocie a trapezului $ABCD$ are lungimea egală cu $12{,}5\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că $AC=5OC$.

5p **c)** Calculați aria trapezului $ABCD$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=8\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$ și $AA'=2BC$. Punctul E este mijlocul segmentului CD.

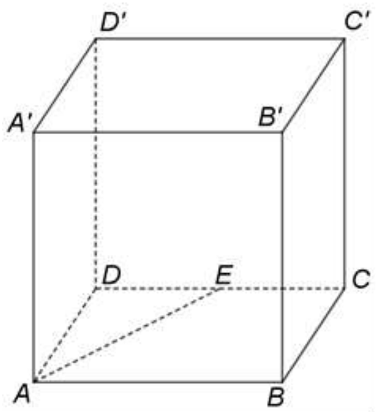


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu 24cm.

5p **b)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta AB' și planul (BCD').

5p **c)** Determinați distanța de la punctul B' la dreapta AE.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 21

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	1	**5p**
2.	50	**5p**
3.	1	**5p**
4.	70	**5p**
5.	90	**5p**
6.	7	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul	**4p**
	Notează trapezul $ABCD$ cu bazele AB şi CD, $AB > CD$	**1p**
2.	$x = 2^{60} : 2^{56} - 2^3 = 2^4 - 8 = 8$	**2p**
	$y = 3^{20}\left(3^3 - 3^2 - 3^1 - 1\right) : 3^{20} + 1 + 3 = 14 + 4 = 18$, de unde obținem media geometrică $m_g = \sqrt{xy} = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 9} = 12$	**3p**
3.	$\overline{ab} + a + b = 69 \Rightarrow 11a + 2b = 69$	**2p**
	Cum a şi b sunt cifre, obținem $a = 5$, $b = 7$, deci vârsta bunicii este 57 de ani	**3p**
4.	**a)** $a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} =$	**3p**
	$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	**2p**
	b) $b = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$	**3p**
	$N = \left(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1 - 1\right)^2 - \sqrt{24} = \left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2 - 2\sqrt{6} = 3 + 2\sqrt{6} + 2 - 2\sqrt{6} = 5$, care este număr natural	**2p**
5.	$E(x) = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x - 1 + 9x^2 + 12x + 4 - 9x^2 = 4$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(1) + E(2) + E(3) + \ldots + E(49) = 4 \cdot 49 = 2^2 \cdot 7^2 = 14^2$, care este pătratul unui număr natural	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ este trapez isoscel, deci $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle BAD \Rightarrow m(\sphericalangle BAD) = 60^\circ$	**2p**
	$AB \parallel CD \Rightarrow \sphericalangle ADC$ şi $\sphericalangle BAD$ sunt suplementare, deci $m(\sphericalangle ADC) = 120^\circ$	**3p**
	b) $AB \parallel CP$ şi $AC \parallel BP \Rightarrow ABPC$ paralelogram, deci $CP = 12\text{cm}$ şi, cum D, C şi P sunt coliniare, obținem $DP = 16\text{cm}$	**2p**
	$ABCD$ este trapez isoscel, deci $BE = 4\text{cm}$, unde $CE \perp AB$, $E \in AB \Rightarrow \text{tg}(\sphericalangle EBC) = \frac{CE}{BE}$, deci $CE = 4\sqrt{3}\text{cm}$ şi, cum $ABPD$ este trapez, obținem $\mathcal{A}_{ABPD} = \frac{(12+16) \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 56\sqrt{3}\text{cm}^2$	**3p**

	c) $ABPC$ este paralelogram, deci BO este mediană în ΔABP, unde $\{O\} = AP \cap BC$ și, cum PM este mediană în ΔABP și $\{N\} = PM \cap BC \Rightarrow N$ este centrul de greutate al ΔABP	**2p**
	$BC = \sqrt{CE^2 + BE^2} = 8\text{cm}$ și, cum $BN = \frac{2}{3}BO = \frac{1}{3}BC$, obținem că $BN = \frac{8}{3}\text{cm} < 2,7\text{cm}$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 4^2 = 16\text{cm}^2$	**2p**
	b) $AD = BA$, $AM = BN$ și $AD \perp AB$, $AB \perp BC \Rightarrow \Delta ADM \equiv \Delta BAN \Rightarrow \sphericalangle AMD \equiv \sphericalangle BNA$ și, cum $m(\sphericalangle BAN) + m(\sphericalangle BNA) = 90°$, obținem că $m(\sphericalangle MAE) + m(\sphericalangle AME) = 90°$, deci $AE \perp ME$	**2p**
	$AA' \perp (ABC)$, $AE \perp DM$ și $DM \subset (ABC) \Rightarrow A'E \perp DM$ și, cum $AE = \frac{AD \cdot AM}{DM} = \frac{12}{5}\text{cm}$, obținem $d(A', DM) = A'E = \sqrt{AA'^2 + AE^2} = \sqrt{\frac{544}{25}} = \frac{4\sqrt{34}}{5}\text{cm}$	**3p**
	c) $AA' \perp (ABC)$ și $DE \subset (ABC) \Rightarrow A'A \perp DE$ și, cum $DE \perp AE$ și $AE \cap AA' = \{A\}$, obținem $DE \perp (ANA')$, deci $m(\sphericalangle(AD, (ANA'))) = m(\sphericalangle(AD, AE)) = m(\sphericalangle DAE)$	**3p**
	$\sphericalangle DAE$, $\sphericalangle ADE$ sunt complementare, $\sphericalangle ADE$, $\sphericalangle AMD$ sunt complementare $\Rightarrow \sphericalangle DAE \equiv \sphericalangle AMD$, de unde obținem $\sin(\sphericalangle DAE) = \sin(\sphericalangle AMD) = \frac{AD}{DM} = \frac{4}{5}$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 22

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	10	**5p**
2.	2	**5p**
3.	1	**5p**
4.	12	**5p**
5.	60	**5p**
6.	0	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelogramul	**4p**
	Notează paralelogramul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle ABC)>90^\circ$	**1p**
2.	$\frac{a}{3}=\frac{b}{7}=\frac{c}{11}=\frac{a+c}{14}$	**3p**
	$\frac{b}{7}=\frac{a+c}{14}\Rightarrow b=\frac{a+c}{2}$, deci b este media aritmetică a numerelor a și c	**2p**
3.	Un kilogram de banane costă $2x$, unde x este prețul unui kilogram de portocale, deci $30\cdot x+45\cdot 2x=360$	**3p**
	$x=3$ lei	**2p**
4.	**a)** $x=1+2\sqrt{3}+3-4+2\sqrt{5}=$	**3p**
	$=2\sqrt{3}+2\sqrt{5}=2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$	**2p**
	b) $y=\left(\sqrt{15}+5\sqrt{3}-3\sqrt{5}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{15}}=1+\frac{5}{\sqrt{5}}-\frac{3}{\sqrt{3}}=1+\sqrt{5}-\sqrt{3}$	**3p**
	$N=2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(1+\sqrt{5}-\sqrt{3}-1\right)=2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)=2(5-3)=4$, care este număr natural	**2p**
5.	$E(x)=x^2-2x+1+4x^2-4x+1+2x-1-2x^2+x+3x-1=3x^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(n)=3n^2$, pentru orice număr natural n și, cum $E(n)$ este număr prim, obținem $n=1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABC este dreptunghic în $A\Rightarrow AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=$	**3p**
	$=\sqrt{64-16}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$	**2p**
	b) ΔABC este dreptunghic și $AC=\frac{BC}{2}\Rightarrow m(\sphericalangle ABC)=30^\circ\Rightarrow m(\sphericalangle ACB)=60^\circ$	**2p**
	Semidreapta CM este bisectoarea unghiului $ACB\Rightarrow m(\sphericalangle MCB)=\frac{m(\sphericalangle ACB)}{2}=30^\circ$, de unde obținem $\sphericalangle MBC\equiv\sphericalangle MCB$, deci triunghiul BMC este isoscel	**3p**

	c) $ND \perp BC$, $D \in BC \Rightarrow d(N, BC) = ND$ și $NA \perp AB \Rightarrow d(N, AB) = NA$, deci $NA = DN$	**1p**
	$\sphericalangle ACB \equiv \sphericalangle DCN$ și $\sphericalangle CAB \equiv \sphericalangle CDN \Rightarrow \Delta ACB \sim \Delta DCN \Rightarrow \frac{AB}{DN} = \frac{BC}{NC} \Rightarrow AB \cdot NC = BC \cdot DN$	**2p**
	Cum $DN = NA$ și $NC = AC - NA$, obținem $4\sqrt{3} \cdot (4 - NA) = 8NA \Rightarrow 8NA + 4\sqrt{3}NA = 16\sqrt{3}$, de unde obținem $4\left(2+\sqrt{3}\right)NA = 16\sqrt{3}\,\text{cm}$, deci $\left(2+\sqrt{3}\right)NA = 4\sqrt{3}\,\text{cm} = AB$	**2p**
2.	**a)** $ABCD$ este romb, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} =$	**3p**
	$= \frac{16 \cdot 12}{2} = 96\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $ABCD$ este romb și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și $BD \Rightarrow O$ este mijlocul segmentului AC și, cum M este mijlocul segmentului CD, obținem că MO este linie mijlocie în ΔADC	**2p**
	$AD \parallel MO$, $MO \subset (POM) \Rightarrow AD \parallel (POM)$	**3p**
	c) $PM \perp (ABC)$, $MN \perp AC$, $N \in AC$, $AC \subset (ABC) \Rightarrow PN \perp AC$, deci $d(P, AC) = PN$	**2p**
	$MN \perp AC$, $BD \perp AC \Rightarrow MN \parallel BD$ și, cum M este mijlocul segmentului CD, obținem că MN este linie mijlocie în ΔDOC, deci $MN = \frac{DO}{2} = 3\text{cm}$ și, cum $PM \perp (ABC)$, $MN \subset (ABC)$, deci $PM \perp MN$, obținem $PN = \sqrt{PM^2 + MN^2} = 5\text{cm}$	**3p**

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 23

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	2	**5p**
2.	8	**5p**
3.	3	**5p**
4.	45	**5p**
5.	10	**5p**
6.	317	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează prisma triunghiulară	**4p**
	Notează prisma triunghiulară $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul ABC	**1p**
2.	$x=\frac{4+2+1}{4}:\frac{7}{12}=\frac{7}{4}\cdot\frac{12}{7}=3$	**2p**
	$y=\frac{4-2-1}{4}:\frac{1}{4}=\frac{1}{4}:\frac{1}{4}=1 \Rightarrow m_a=\frac{x+y}{2}=\frac{3+1}{2}=2$	**3p**
3.	$25\cdot n+50=35\cdot n-40$, unde n este numărul de persoane	**3p**
	$n=9$	**2p**
4.	**a)** $2x+1$ este divizor al lui 7, deci $2x+1=-7 \Rightarrow x=-4$ sau $2x+1=-1 \Rightarrow x=-1$	**3p**
	$2x+1=1 \Rightarrow x=0$ sau $2x+1=7 \Rightarrow x=3$, deci $A=\{-4,-1,0,3\}$	**2p**
	b) $\left(1-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)\le x\le\left\|1-\sqrt{2}\right\|+1-\sqrt{2} \Leftrightarrow 1-3\le x\le\sqrt{2}-1+1-\sqrt{2} \Leftrightarrow -2\le x\le 0$ și, cum $x\in\mathbb{Z}$, obținem $B=\{-2,-1,0\}$	**3p**
	$A\cap B=\{-4,-1,0,3\}\cap\{-2,-1,0\}=\{-1,0\}$	**2p**
5.	$E(x)=x^2+4x+4-x^2+2x-1-2x-6-5=4x-8$, pentru orice număr real x	**3p**
	$0<4n-8\le 11 \Leftrightarrow 8<4n\le 19 \Leftrightarrow 2<n\le\frac{19}{4}$ și, cum n este număr natural, obținem $n=3$ sau $n=4$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ romb, deci $AO=\frac{AC}{2}=4\text{cm}$, $BO=\frac{BD}{2}=3\text{cm}$ și $AC\perp BD \Rightarrow \Delta AOB$ dreptunghic	**3p**
	$AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=\sqrt{16+9}=5\text{ cm}$	**2p**
	b) ΔAOB este dreptunghic, M este mijlocul lui $AB \Rightarrow OM=AM$, deci $\sphericalangle AOM\equiv\sphericalangle OAM$	**2p**
	M este mijlocul segmentului AB și N este mijlocul segmentului BC, deci MN este linie mijlocie în $\Delta ABC \Rightarrow MN \parallel AC$ și, cum $\sphericalangle OMN$ și $\sphericalangle AOM$ sunt alterne interne, obținem $\sphericalangle OMN\equiv\sphericalangle AOM$, deci $\sphericalangle OMN\equiv\sphericalangle BAC$	**3p**

	c) $MN \parallel AC$, $BD \perp AC \Rightarrow DP \perp MN$, unde $\{P\} = BD \cap MN$ și, cum $\Delta ADM \equiv \Delta CDN$, deci $DM = DN$, obținem că DP este mediană în triunghiul isoscel DMN	**2p**
	$MP \parallel AO$ și $BM = MA \Rightarrow MP$ linie mijlocie în ΔABO, deci P este mijlocul lui BO și, cum $BO = DO$, obținem că $OP = \frac{1}{3} DP$, deci O este centrul de greutate al triunghiului DMN	**3p**
2.	**a)** $\mathcal{A}_{ABB'A'} = AB \cdot AA' =$	**3p**
	$= 12 \cdot 12 = 144 \text{cm}^2$	**2p**
	b) M este mijlocul segmentului AB, deci $AM = 6\text{cm} \Rightarrow \Delta ADM$ este dreptunghic isoscel, deci $DM = 6\sqrt{2}\text{cm}$ și $AE = 3\sqrt{2}\text{cm}$, unde $AE \perp DM$, $E \in DM$	**2p**
	$A'A \perp (ABC)$, $AE \perp DM$ și $DM \subset (ABC) \Rightarrow A'E \perp DM$, deci $d(A', DM) = A'E$ și, cum $\Delta A'AE$ este dreptunghic în A, obținem $A'E = \sqrt{A'A^2 + AE^2} = \sqrt{144 + 18} = 9\sqrt{2}\text{cm}$	**3p**
	c) $BM \parallel DP$ și $BM = DP \Rightarrow MBPD$ este paralelogram, unde P este mijlocul segmentului CD, deci $DM \parallel BP \Rightarrow m(\sphericalangle(DM, BN)) = m(\sphericalangle(BP, BN))$	**2p**
	$BP = DM = 6\sqrt{2}\text{cm}$, ΔBCN și ΔCPN sunt dreptunghice isoscele, deci $BN = 6\sqrt{2}\text{cm}$ și $PN = 6\sqrt{2}\text{cm}$, de unde obținem că ΔBNP este echilateral, deci $m(\sphericalangle(PBN)) = 60°$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 24

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	40	**5p**
2.	75	**5p**
3.	98	**5p**
4.	120	**5p**
5.	10	**5p**
6.	340	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida cu baza pătrat	**4p**
	Notează piramida $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$ și vârful V	**1p**
2.	$\overline{abcd}$ se divide cu $10 \Rightarrow d=0$ și, cum $\overline{abc0}$ se divide cu $9 \Rightarrow a+b+c$ se divide cu 9	**2p**
	Cum două dintre cifre sunt egale cu 4, obținem că una din cifre este 1, deci numerele sunt 1440, 4140 și 4410	**3p**
3.	Luni au lipsit $\frac{x}{9}$ elevi și au fost prezenți $\frac{8x}{9}$ elevi, unde x este numărul elevilor din clasă	**2p**
	$\frac{x}{9}-1=\frac{8}{100}\cdot\left(\frac{8x}{9}+1\right)$, de unde obținem $x=27$	**3p**
4.	**a)** $a=\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+3\sqrt{3}\right)=\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(5\sqrt{2}+5\sqrt{3}\right)=5\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)=$	**3p**
	$=5(2-3)=-5$	**2p**
	b) $b=\frac{18+3+2+1}{6}\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)\cdot\frac{1}{4}=\frac{24}{6}\cdot\frac{3+\sqrt{5}}{4}=3+\sqrt{5}$	**3p**
	$N=3+\sqrt{5}-\sqrt{-(-5)}=3+\sqrt{5}-\sqrt{5}=3$, care este număr prim	**2p**
5.	$E(x)=6x^2-4x+9x-6-x^2+2x-1-4x^2+4x-1+26=x^2+11x+18$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E\left(7^n-2\right)=\left(7^n-2\right)^2+11\left(7^n-2\right)+18=7^{2n}-4\cdot7^n+4+11\cdot7^n-22+18=7^{2n}+7\cdot7^n=7^{n+1}\left(7^{n-1}+1\right)$, care se divide cu 7^{n+1}, pentru orice număr natural nenul n	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $m\left(\overset{\frown}{AB}\right)+m\left(\overset{\frown}{BC}\right)+m\left(\overset{\frown}{CD}\right)+m\left(\overset{\frown}{AD}\right)=360^\circ$	**3p**
	$m\left(\overset{\frown}{AD}\right)=360^\circ-\left(75^\circ+90^\circ+75^\circ\right)=120^\circ$	**2p**
	b) $\sphericalangle BOC$ este unghi la centru și $m\left(\overset{\frown}{BC}\right)=90^\circ \Rightarrow m\left(\sphericalangle BOC\right)=90^\circ$	**2p**
	ΔBOC este dreptunghic isoscel cu $OB=OC=16\,\text{cm}$, deci $BC=16\sqrt{2}\,\text{cm}$	**3p**

	c) $m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{CD}) \Rightarrow AB = CD$	**2p**
	$\sphericalangle ACB$ înscris în cerc $\Rightarrow m(\sphericalangle ACB) = \frac{1}{2}m(\overset{\frown}{AB})$, $\sphericalangle CAD$ înscris în cerc $\Rightarrow m(\sphericalangle CAD) = \frac{1}{2}m(\overset{\frown}{CD})$ deci $\sphericalangle ACB \equiv \sphericalangle CAD$ și, cum $\sphericalangle ACB$, $\sphericalangle CAD$ sunt alterne interne, obținem $AD \parallel BC$, deci $ABCD$ este trapez isoscel	**3p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} =$	**3p**
	$= \frac{432\sqrt{3}}{4} = 108\sqrt{3}\text{ cm}^2$	**2p**
	b) O centrul cercului circumscris $\Delta ABC \Rightarrow AO = \frac{2}{3}AM$ și, cum N este mijlocul segmentului AO, obținem $\frac{AN}{AM} = \frac{1}{3}$ și, cum $P \in VA$ astfel încât $VP = 2AP \Rightarrow \frac{AP}{AV} = \frac{1}{3}$, obținem $\frac{AN}{AM} = \frac{AP}{AV}$, deci $NP \parallel VM$	**3p**
	$NP \parallel VM$, $VM \subset (VBC) \Rightarrow NP \parallel (VBC)$	**2p**
	c) O centrul cercului circumscris ΔABC și $VO \perp (ABC) \Rightarrow VB = VC$, deci $VM \perp BC$ și, cum $OM \perp BC$ și $OM \cap VM = \{M\}$, obținem $BC \perp (VOM)$	**1p**
	Pentru $OQ \perp VM$, $Q \in VM$, cum $OQ \subset (VOM) \Rightarrow BC \perp OQ$ și, cum $VM \cap BC = \{M\}$, obținem $OQ \perp (VBC)$, deci $m(\sphericalangle(VO,(VBC))) = m(\sphericalangle(VO,VQ)) = m(\sphericalangle OVQ)$	**2p**
	$AO = 12\text{ cm}$ și ΔVOA este dreptunghic, deci $VO = \sqrt{VA^2 - AO^2} = 16\text{ cm}$ și, cum $OM = 6\text{ cm}$, obținem $VM = 2\sqrt{73}\text{ cm}$, deci $\sin(\sphericalangle OVQ) = \sin(\sphericalangle OVM) = \frac{OM}{VM} = \frac{3\sqrt{73}}{73}$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 25

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	64	**5p**
2.	15	**5p**
3.	6	**5p**
4.	5	**5p**
5.	90	**5p**
6.	90	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează rombul	**4p**
	Notează rombul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle BAD)<90^\circ$	**1p**
2.	$n=15a+13$ și $n=22b+13$, unde $a,b\in\mathbb{N}$, deci $n-13=15a$ și $n-13=22b\Rightarrow n-13$ se divide cu 5 și cu 2, de unde obținem că $n-13$ se divide cu 10	**3p**
	Ultima cifră a lui $n-13$ este 0, deci ultima cifră a lui n este 3	**2p**
3.	$\frac{65}{100}\cdot x+\frac{575}{1000}\cdot x=x+4{,}5$, unde x este suma de bani pe care o are Ionel	**3p**
	$x=20$ de lei	**2p**
4.	**a)** $a=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{2\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}:\left(5-3\sqrt{2}\right)=\frac{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(2\sqrt{2}-1\right)}{2\cdot 2}:\left(5-3\sqrt{2}\right)=\frac{4-2\sqrt{2}-\sqrt{2}+1}{4}:\left(5-3\sqrt{2}\right)=$	**3p**
	$=\frac{1}{4}\left(5-3\sqrt{2}\right):\left(5-3\sqrt{2}\right)=\frac{1}{4}$	**2p**
	b) $b=\frac{12+6+3+2+1}{24}=\frac{24}{24}=1$	**3p**
	$\left(4a-2b\right)^{2020}=\left(4\cdot\frac{1}{4}-2\right)^{2020}=\left(-1\right)^{2020}=1$	**2p**
5.	$E(x)=x^2-2x+1+2x^2+6x+x+3+9x^2-6x+1+3x=12x^2+2x+5$, pentru orice număr real x	**3p**
	Pentru orice număr întreg m, $E(m)=12m^2+2m+5=2\left(6m^2+m\right)+5$ și, cum $6m^2+m$ este număr întreg, obținem că $E(m)$ este număr impar	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Linia mijlocie a trapezului $ABCD$ are lungimea egală cu $\frac{AB+CD}{2}=$	**3p**
	$=\frac{20+5}{2}=12{,}5\text{cm}$	**2p**

	b) $AB \parallel CD \Rightarrow \Delta AOB \sim \Delta COD \Rightarrow \frac{AO}{CO} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{AO}{CO} = 4$, deci $AO = 4OC$	**3p**
	Cum $AC = AO + OC$, obținem că $AC = 4OC + OC = 5OC$	**2p**
	c) ΔADC dreptunghic în D și $DO \perp AC \Rightarrow CD^2 = OC \cdot AC$, deci $5^2 = OC \cdot 5OC$, de unde obținem $OC = \sqrt{5}$ cm, deci $AC = 5\sqrt{5}$ cm și $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{125 - 25} = 10\text{cm}$	**3p**
	$\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = 12{,}5 \cdot 10 = 125\text{cm}^2$	**2p**
2.	**a)** $ABCD$ este dreptunghi, deci $P_{ABCD} = 2(AB + BC) =$	**3p**
	$= 2(8 + 4) = 24\text{cm}$	**2p**
	b) $AA' = 2BC = 8\text{cm}$, deci $AA' = AB \Rightarrow ABB'A'$ este pătrat, deci $AB' \perp A'B$	**2p**
	$BC \perp (ABB')$ și $AB' \subset (ABB') \Rightarrow AB' \perp BC$ și, cum $AB' \perp A'B$ și $BC \cap A'B = \{B\}$, obținem $AB' \perp (A'BC)$; cum $D' \in (A'BC)$, obținem $AB' \perp (BCD')$, deci măsura unghiului dintre dreapta AB' și planul (BCD') este de $90°$	**3p**
	c) E este mijlocul segmentului CD, deci $DE = 4$ cm și $EC = 4$ cm, deci ΔADE și ΔBCE sunt dreptunghice isoscele $\Rightarrow m(\sphericalangle AEB) = 180° - m(\sphericalangle AED) - m(\sphericalangle BEC) = 180° - 45° - 45° = 90°$	**2p**
	$B'B \perp (ABC)$, $BE \perp AE$ și $AE \subset (ABC) \Rightarrow B'E \perp AE$, deci $d(B', AE) = B'E$	**2p**
	$BE = 4\sqrt{2}$ cm și $\Delta B'BE$ este dreptunghic, deci $B'E = \sqrt{BE^2 + BB'^2} = 4\sqrt{6}\text{cm}$	**1p**