EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 16

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(7+3):5-2$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă $\frac{x}{12}=\frac{5}{4}$, atunci x este egal cu ... .

5p **3.** Cel mai mic număr natural de două cifre este egal cu … .

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are $AB=6$ cm. Aria acestui pătrat este egală cu … cm^2.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă patrulateră cu baza dreptunghiul $ABCD$. Unghiul dreptelor AB și $B'C'$ are măsura de … °.

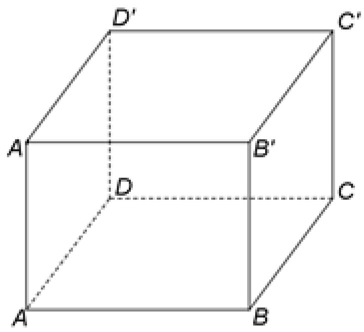


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la o stație meteorologică, la aceeași oră, în fiecare zi a unei săptămâni din luna aprilie.

Ziua	Luni	Marţi	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura $(°C)$	18	16	15	19	17	20	14

Conform informațiilor din tabel, media temperaturilor înregistrate în acea săptămână este egală cu … °C.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un triunghi isoscel cu vârful A și baza BC.

5p **2.** Calculaţi media aritmetică a numerelor reale $x=\left(3^2\right)^{40}:3^{76}-10$ și $y=\left(2^{40}+2^{41}+2^{42}\right):2^{38}+2020^0$.

5p **3.** Un autoturism a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi autoturismul a parcurs 30% din lungimea traseului, în a doua zi jumătate din restul traseului, iar a treia zi autoturismul a parcurs restul de 350 km. Calculați lungimea întregului traseu.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{4}{5}\right)\cdot 30$ și $b=\left(\frac{3}{\sqrt{27}}-\frac{8}{\sqrt{12}}+\frac{5}{\sqrt{75}}\right):\frac{\sqrt{3}}{12}$.

5p **a)** Arătați că $a=49$.

5p **b)** Calculați $\left(\sqrt{a}+b\right)^{2020}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(3x-1)^2-7(x+1)(x-2)-(x+3)^2$, unde x este număr real. Arătați că $E(0)\cdot E(1)\cdot E(2)\cdot\ldots\cdot E(2020)=0$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 6$cm şi $BC = 10$cm . Punctele M și N sunt situate pe laturile BC, respectiv AD, astfel încât $BM = 8$cm și $AN = 2$cm . Punctul E este proiecția punctului D pe dreapta MN .

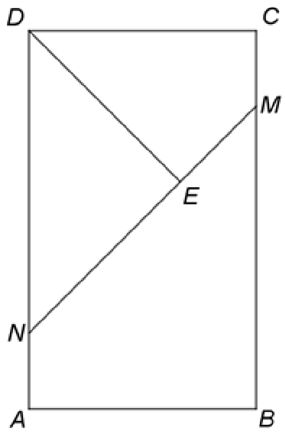


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu 32cm .

5p **b)** Demonstrați că ΔDEN este dreptunghic isoscel.

5p **c)** Demonstrați că, dacă $BF \perp MN$, $F \in MN$, atunci $BEDF$ este paralelogram.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu $ABCD$ pătrat, $AB = 10$cm , $VO = 5\sqrt{3}$ cm și $VO \perp (ABC)$, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD. Punctele M , N și P sunt mijloacele segmentelor BC , CD și, respectiv, CV .

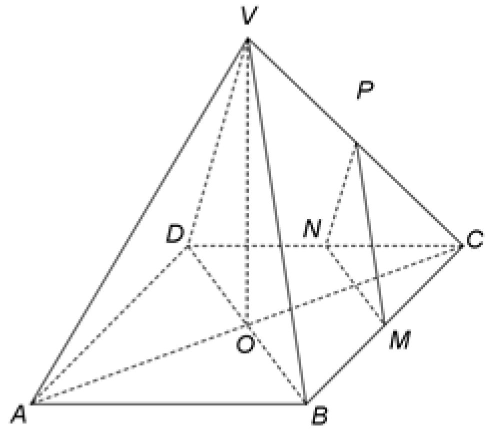


Figura 3

5p **a)** Arătați că $AC = 10\sqrt{2}$ cm .

5p **b)** Demonstrați că planele (MNP) și (BDV) sunt paralele.

5p **c)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta VM și planul (ABC).

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 17

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $28:4-2$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă $\frac{a+6}{6}=\frac{4}{3}$, atunci a este egal cu ... .

5p **3.** Cel mai mic număr întreg din intervalul $(-2,10]$ este egal cu … .

5p **4.** Perimetrul unui triunghi echilateral este egal cu 24cm. Lungimea unei laturi a acestui triunghi este egală cu … cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AD' și BC are măsura de …°.

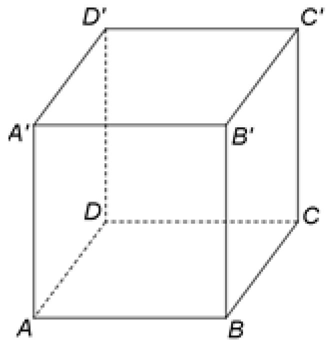


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este dată o dependenţă funcţională.

x	-2	0	m
$y=x+2$	0	2	5

Conform informațiilor din tabel, numărul real m este egal cu … .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelogram $ABCD$.

5p **2.** Arătați că, pentru orice număr natural n, numărul $a=4^{n+2}+2^{2n}-2^{2n+3}$ este pătratul unui număr natural.

5p **3.** Bianca a plecat în excursie cu o sumă de bani. A plătit 40% din sumă pentru cazare și trei cincimi din rest pentru biletele la obiectivele turistice. Știind că i-au rămas 96 de lei, determinați suma de bani cu care a plecat Bianca în excursie.

4. Se consideră numerele reale $x=\sqrt{3^2+4^2}\cdot\sqrt{3^2\cdot 4^2}$ și $y=\left(\sqrt{12}+\sqrt{48}-\sqrt{27}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}$.

5p **a)** Arătați că $x=60$.

5p **b)** Determinați numărul real z, știind că media aritmetică a numerelor x, y și z este egală cu 30.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(4x-5)^2-2\left(8x^2-30x+25\right)+(2x-5)^2$, unde x este număr real. Arătați că $E(-x)=E(x)$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 6\sqrt{3}\text{cm}$ și $AD = 6\text{cm}$. Punctele M, N, P și Q sunt situate pe laturile AB, BC, CD și, respectiv DA, astfel încât $BM = PD$ și $AQ = NC$, iar O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

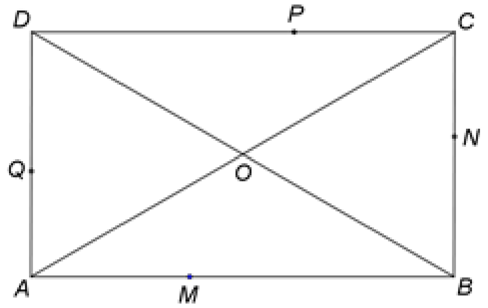


Figura 2

5p **a)** Arătați că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $36\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul AOD este echilateral.

5p **c)** Demonstrați că dreptele MP, NQ și BD sunt concurente.

2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 12\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$ și $AA' = 8\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor BC' și $B'C$.

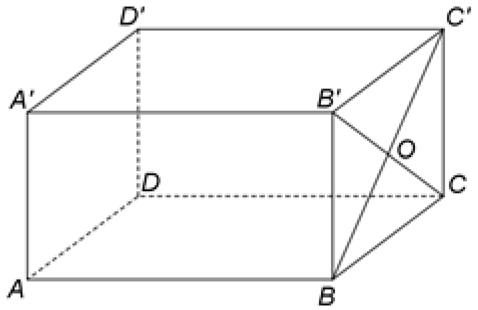


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu 36cm.

5p **b)** Calculați distanța de la punctul O la dreapta AA'.

5p **c)** Demonstrați că dreapta $C'M$ este paralelă cu planul $(AA'O)$, unde M este mijlocul segmentului $A'D'$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 18

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $20:4+10\cdot 2$ este egal cu ... .

5p **2.** Cel mai mare divizor comun al numerelor 12 şi 18 este egal cu ... .

5p **3.** Cel mai mare număr natural care aparţine intervalului $[1,5]$ este egal cu ... .

5p **4.** Dacă $\sphericalangle ABC$ şi $\sphericalangle MNP$ sunt complementare şi $m(\sphericalangle MNP)=30°$, atunci măsura unghiului ABC este egală cu ... °.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$ cu $VO\perp(ABC)$. Unghiul dreptelor AC şi VO are măsura de ... °.

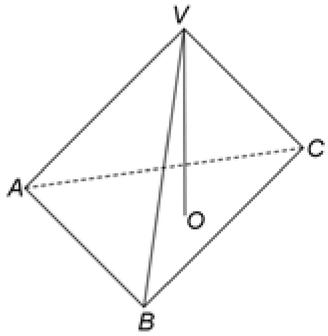
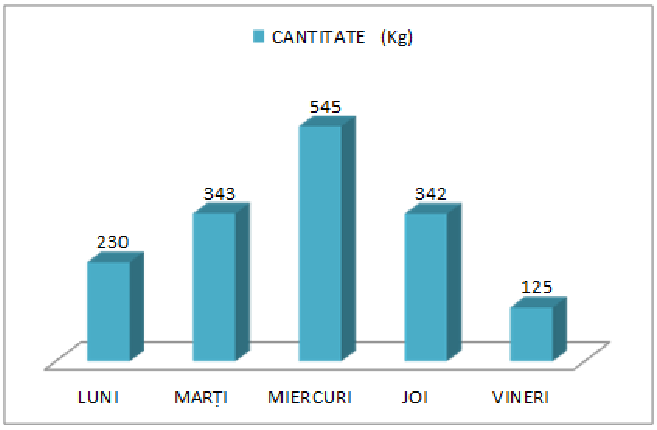


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare sunt prezentate informații despre vânzările de fructe, în kilograme, înregistrate în zilele unei săptămâni, la un supermarket.



Conform informațiilor din diagramă, diferența dintre cantitatea de fructe vândută miercuri și cea vândută vineri este egală cu $\ldots$kg .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un cub $ABCDA'B'C'D'$.

5p **2.** Calculaţi media aritmetică a numerelor naturale care sunt divizori ai lui 10.

5p **3.** Numerele naturale x şi y sunt direct proporţionale cu numerele 3 şi 4. Determinaţi cele două numere naturale, ştiind că x este cu 100 mai mic decât y.

4. Se consideră numerele reale $x=\sqrt{169}+2\sqrt{12}+\left(\sqrt{2}\right)^4$ şi $y=7-\sqrt{48}+\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$.

5p **a)** Arătați că $x=17+4\sqrt{3}$.

5p **b)** Arătați că produsul numerelor x și y este număr natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x-3)^2-3(x-10)-(x-4)(x+4)$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $E(n)\geq 1$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AB=12\,\text{cm}$, $AC=12\sqrt{3}\,\text{cm}$ și triunghiurile echilaterale ABF și ADE.

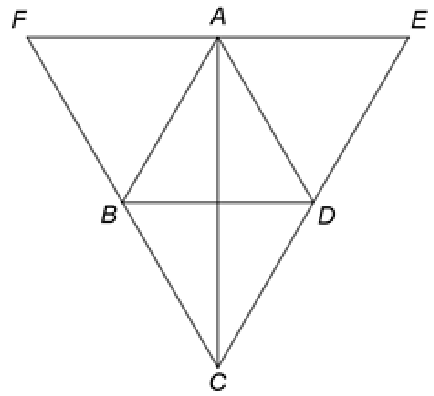


Figura 2

5p **a)** Arătați că $BD=12\,\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că punctele F, A și E sunt coliniare.

5p **c)** Arătați că $AP=PQ=QC$, știind că P este punctul de intersecție a dreptelor AC și FD și Q este punctul de intersecție a dreptelor AC și BM, unde punctul M este mijlocul segmentului CD.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$ cu înălțimea VO, unde O este centrul cercului circumscris triunghiului echilateral ABC, $BC=18\,\text{cm}$ și $VM=9\,\text{cm}$, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.

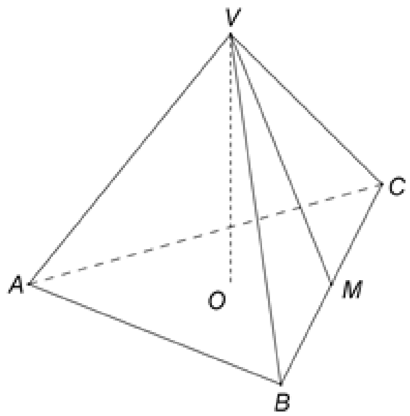


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $54\,\text{cm}$.

5p **b)** Calculați măsura unghiului VBC.

5p **c)** Demonstraţi că dreptele VA şi VM sunt perpendiculare.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

Test 19

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $2^2 \cdot 4 - 16$ este egal cu … .
5p **2.** Prețul unei cărți este 30 de lei. După o ieftinire cu 10%, prețul cărții va fi ... de lei.
5p **3.** Dacă n este singurul număr natural din intervalul $(5, n]$, atunci n este egal cu … .
5p **4.** Triunghiul echilateral MNP are $MN = 10\text{ cm}$. Perimetrul triunghiului MNP este egal cu ... cm.
5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Suma lungimilor muchiilor care au în comun vârful B este egală cu 15 cm. Lungimea muchiei AB este egală cu … cm.

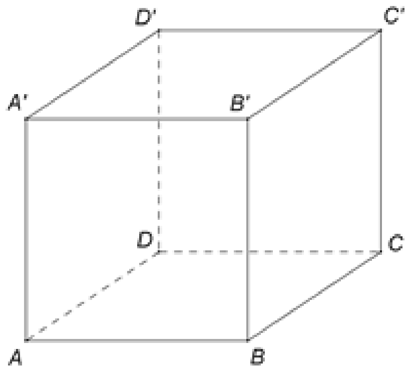
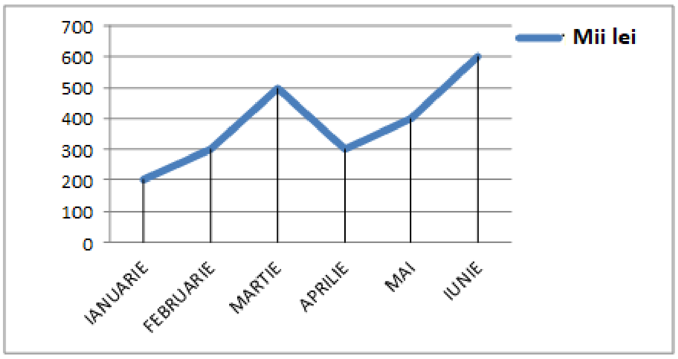


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare sunt prezentate încasările unei firme, în mii lei, înregistrate în fiecare dintre primele șase luni ale unui an.



Conform informațiilor din diagramă, suma încasărilor din primele două luni ale anului este egală cu … mii lei.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră $VABCD$, cu vârful în V.
5p **2.** Arătați că, pentru orice număr natural n, numărul natural $N = 5 \cdot 7^n - 3 \cdot 7^{n+1} + 7^{n+2}$ este divizibil cu 11.
5p **3.** Dacă dintr-un număr real x scădem, pe rând, numerele 3, 10 și respectiv 11, obținem trei numere a căror sumă este egală cu x. Determinați numărul real x.
4. Se consideră $A = \left\{ x \in \mathbb{N} \,\middle|\, 2(x-4) - 2(1-x) \le \left(3-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right) \right\}$ și $B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \,\middle|\, |x| < 2\left(3-\sqrt{12}\right) - \left(2-\sqrt{48}\right) \right\}$.
5p **a)** Arătați că $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.
5p **b)** Determinați suma elementelor mulțimii $A \cap B$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x,y)=(x-4)(x-2)+(y-1)(y-3)+3$, unde x și y sunt numere reale. Demonstrați că $E(x,y)\geq 1$, pentru orice numere reale x și y.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB=6$ cm. Punctele E, F, G și H sunt situate pe laturile AB, BC, CD, respectiv DA, astfel încât $AE=BF=CG=DH$.

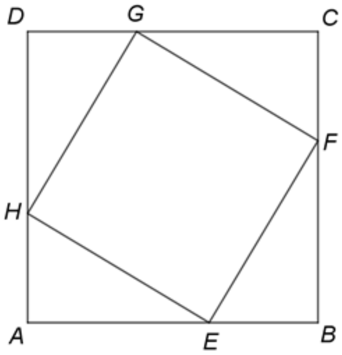


Figura 2

5p **a)** Arătați că aria pătratului $ABCD$ este egală cu 36cm^2.

5p **b)** Demonstrați că dreptele EG și HF sunt perpendiculare.

5p **c)** Calculați măsura unghiului BMF, unde M este punctul de intersecție a dreptelor AF și BG.

2. În *Figura 3* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB=8$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB, respectiv AC și dreapta AD este perpendiculară pe planul (BDC), $AD=4\sqrt{2}$ cm.

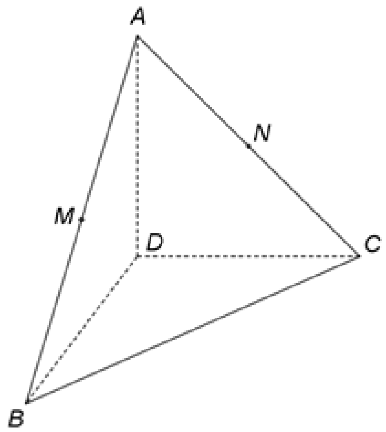


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $16\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiul DMN este echilateral.

5p **c)** Determinați sinusul unghiului dintre dreapta CM și planul (ABD).

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 20

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $10^2 - 100:2$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă $p\%$ din 50 este egal cu 10, atunci p este egal cu … .

5p **3.** Dacă $A = \{6, 7, 8, 9\}$ și P este mulțimea numerelor prime, atunci mulțimea $A \cap P$ este egală cu $\{...\}$.

5p **4.** Triunghiul dreptunghic isoscel ABC are cateta de 5 cm. Lungimea ipotenuzei BC a acestui triunghi este egală cu ... cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 10$cm și $BC = 5$cm. Perimetrul patrulaterului $A'B'C'D'$ este egal cu … cm.

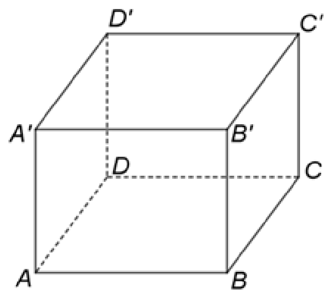
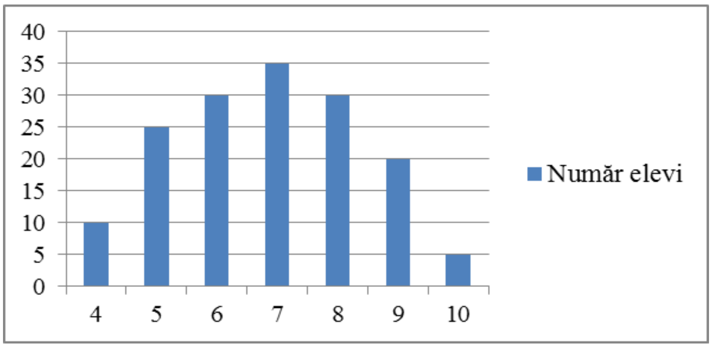


Figura 1

5p **6.** În graficul de mai jos este prezentată repartiţia elevilor claselor a VIII-a dintr-o şcoală, în funcție de notele obţinute la teza de matematică pe semestrul I.



Conform informațiilor din grafic, numărul elevilor care au obținut nota 8 este mai mare decât numărul elevilor care au obținut nota 5 cu … .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un pătrat $ABCD$.

5p **2.** Determinați numerele naturale de trei cifre, de forma $\overline{3bc}$, știind că sunt divizibile cu 5 și cu 9.

5p **3.** Dacă mărim numărătorul fracției $\frac{2}{5}$ cu un număr natural n și micșorăm numitorul fracției cu același număr natural n, atunci fracția obținută este egală cu $2\frac{1}{2}$. Determinați numărul natural n.

4. În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(-3,-1)$, $B(0,3)$ și $M(m,0)$, unde m este număr natural.

5p **a)** Reprezentați segmentul AB într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** Determinați numărul natural m, știind că triunghiul ABM este isoscel de vârf B.

5p **5.** Se consideră $E(x)=\left(x^2-x+1\right)^2-\left(x^2-x\right)^2-x^2$, unde x este număr real. Calculați media aritmetică a numerelor $E\left(-\sqrt{2}\right)$ și $E\left(\sqrt{2}\right)$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB=10\,\text{cm}$ şi $BC=15\,\text{cm}$. Punctul M este mijlocul laturii AB, iar punctul N este situat pe latura AD astfel încât $DN=5\,\text{cm}$.

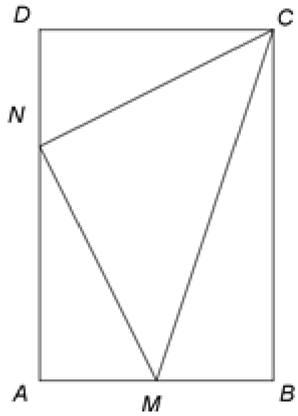


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu $50\,\text{cm}$.
5p **b)** Determinați aria triunghiului MNC.
5p **c)** Calculați măsura unghiului CMN.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=12\,\text{cm}$. Punctul O este intersecția diagonalelor bazei $ABCD$.

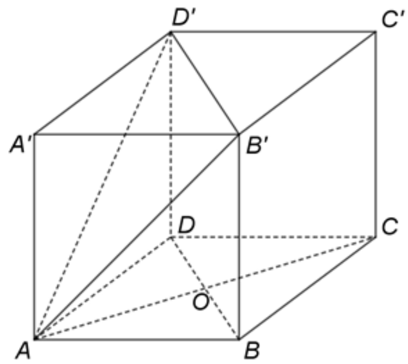


Figura 3

5p **a)** Arătați că $AC=12\sqrt{2}\,\text{cm}$.
5p **b)** Arătați că dreapta $C'O$ este paralelă cu planul $(AB'D')$.
5p **c)** Demonstrați că dreapta $A'C$ este perpendiculară pe planul $(AB'D')$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 16

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	15	**5p**
3.	10	**5p**
4.	36	**5p**
5.	90	**5p**
6.	17	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează triunghiul isoscel	**4p**
	Notează triunghiul isoscel cu vârful A și baza BC	**1p**
2.	$x=3^{80}:3^{76}-10=3^4-10=81-10=71$	**2p**
	$y=2^{40}\left(1+2+2^2\right):2^{38}+1=2^2\cdot 7+1=29$, deci media aritmetică a numerelor x și y este egală cu $m_a=\frac{x+y}{2}=\frac{71+29}{2}=50$	**3p**
3.	$\frac{30}{100}\cdot x+\frac{1}{2}\left(x-\frac{30}{100}\cdot x\right)+350=x$, unde x este lungimea traseului parcurs în cele trei zile	**3p**
	$x=1000$ km	**2p**
4.	**a)** $a=\frac{10+15+24}{30}\cdot 30=$	**3p**
	$=\frac{49}{30}\cdot 30=49$	**2p**
	b) $b=\left(\frac{3}{3\sqrt{3}}-\frac{8}{2\sqrt{3}}+\frac{5}{5\sqrt{3}}\right):\frac{\sqrt{3}}{12}=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right):\frac{\sqrt{3}}{12}=-\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{12}{\sqrt{3}}=-\frac{24}{3}=-8$	**3p**
	$\left(\sqrt{a}+b\right)^{2020}=\left(\sqrt{49}+(-8)\right)^{2020}=(7-8)^{2020}=(-1)^{2020}=1$	**2p**
5.	$E(x)=9x^2-6x+1-7x^2+14x-7x+14-x^2-6x-9=x^2-5x+6$, pentru orice număr real x	**3p**
	Cum $E(2)=0$, obținem $E(0)\cdot E(1)\cdot E(2)\cdot\ldots\cdot E(2020)=0$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ este dreptunghi, deci $P_{ABCD}=2(AB+BC)=$	**3p**
	$=2(10+6)=32\text{cm}$	**2p**
	b) $MCDP$ este dreptunghi, unde $MP\perp AD$ și $P\in AD$, deci $MP=6\text{cm}$ și $DP=2\text{cm}$, deci $NP=6\text{cm}$, de unde obținem că ΔMNP este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle MNP)=45°$	**3p**
	ΔDEN este dreptunghic în E și $m(\sphericalangle DNE)=45°$, deci ΔDEN este dreptunghic isoscel	**2p**

	c) $DN \parallel BM$, deci $\sphericalangle DNE \equiv \sphericalangle BMF$ și, cum $DN = BM$ și triunghiurile DNE și BMF sunt dreptunghice, obținem $\Delta DNE \equiv \Delta BMF$	**3p**
	$DE \perp MN$, $BF \perp MN \Rightarrow DE \parallel BF$ și, cum $DE = BF$, obținem că $BEDF$ este paralelogram	**2p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} =$	**3p**
	$= \sqrt{100+100} = 10\sqrt{2}\,\text{cm}$	**2p**
	b) M, N sunt mijloacele segmentelor BC, respectiv CD, deci MN este linie mijlocie în ΔBCD și M, P sunt mijloacele segmentelor BC, respectiv CV, deci MP este linie mijlocie în ΔVBC	**2p**
	$MN \parallel BD$, $MP \parallel BV$, $MN \cap MP = \{M\}$ și $BD \cap BV = \{B\}$, deci $(MNP) \parallel (BDV)$	**3p**
	c) $VO \perp (ABC) \Rightarrow m(\sphericalangle(VM,(ABC))) = m(\sphericalangle(VM,OM)) = m(\sphericalangle VMO)$	**2p**
	OM este linie mijlocie în ΔABC, deci $OM = 5\,\text{cm}$ și, cum $VO = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$ și ΔVOM este dreptunghic, obținem $\text{tg}(VMO) = \dfrac{VO}{OM} = \sqrt{3}$, deci $m(\sphericalangle VMO) = 60°$	**3p**

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 17

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	5	**5p**
2.	2	**5p**
3.	-1	**5p**
4.	8	**5p**
5.	45	**5p**
6.	3	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelogramul Notează paralelogramul $ABCD$	**4p** **1p**
2.	$a=\left(2^2\right)^{n+2}+2^{2n}-2^{2n+3}=2^{2n+4}+2^{2n}-2^{2n+3}=2^{2n}\left(2^4+1-2^3\right)=$ $=2^{2n}\cdot 9=2^{2n}\cdot 3^2=\left(2^n\cdot 3\right)^2$, pentru orice număr natural n	**3p** **2p**
3.	$\frac{40}{100}\cdot x+\frac{3}{5}\cdot\left(x-\frac{40}{100}\cdot x\right)+96=x$, unde x este suma de bani cu care a plecat Bianca în excursie $x=400$ de lei	**3p** **2p**
4.	**a)** $x=\sqrt{9+16}\cdot 3\cdot 4=$ $=\sqrt{25}\cdot 12=60$	**3p** **2p**
	b) $y=\left(2\sqrt{3}+4\sqrt{3}-3\sqrt{3}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=3$ $\frac{x+y+z}{3}=30$, deci $60+3+z=90$, de unde obținem $z=27$	**3p** **2p**
5.	$E(x)=16x^2-40x+25-16x^2+60x-50+4x^2-20x+25=4x^2$, pentru orice număr real x Cum $E(-x)=4(-x)^2=4x^2$, pentru orice număr real x, obținem $E(-x)=E(x)$, pentru orice număr real x	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=AB\cdot AD=$ $=6\sqrt{3}\cdot 6=36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**3p** **2p**
	b) ΔABC este dreptunghic în A, deci $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{108+36}=12\,\text{cm}$ $ABCD$ este dreptunghi, deci $AC=BD$ și, cum $\{O\}=AC\cap BD$, obținem $AO=OD=6\,\text{cm}$, deci $AD=AO=OD\Rightarrow\Delta AOD$ este echilateral	**2p** **3p**

	c) $BM = PD$ și $BM \parallel PD \Rightarrow BPDM$ este paralelogram și, cum O este mijlocul segmentului BD, obținem $O \in MP$	**2p**
	$AQ = NC$ și $AQ \parallel NC \Rightarrow ANCQ$ este paralelogram și, cum O este mijlocul segmentului AC, obținem $O \in NQ$, deci dreptele MP, NQ și BD sunt concurente	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este dreptunghi, deci $P_{ABCD} = 2(AB + BC) =$	**2p**
	$= 2 \cdot 18 = 36\text{cm}$	**3p**
	b) $AB \perp (BCC') \Rightarrow AB \perp BO \Rightarrow AO = \sqrt{AB^2 + BO^2}$ și, cum $BC' = 10\text{cm}$, obținem $AO = 13\text{cm}$ și $A'B' \perp (BCC') \Rightarrow A'B' \perp B'O \Rightarrow A'O = \sqrt{A'B'^2 + B'O^2}$ și, cum $B'O = 5\text{cm} \Rightarrow A'O = 13\text{cm}$	**2p**
	$\Delta AOA'$ este isoscel $\Rightarrow ON \perp AA'$, unde N este mijlocul segmentului AA', de unde obținem $d(O, AA') = ON = \sqrt{AO^2 - AN^2} = \sqrt{169 - 16} = 3\sqrt{17}\text{ cm}$	**3p**
	c) MN linie mijlocie în $\Delta A'AD'$, deci $MN \parallel AD'$, $MN = \dfrac{AD'}{2}$ și, cum $AD' \parallel BC'$, $AD' = BC'$, obținem $MN \parallel C'O$ și $MN = C'O$, deci $MNOC'$ este paralelogram	**3p**
	$C'M \parallel ON$ și $ON \subset (AA'O)$, deci $C'M \parallel (AA'O)$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 18

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	25	**5p**
2.	6	**5p**
3.	5	**5p**
4.	60	**5p**
5.	90	**5p**
6.	420	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul Notează cubul $ABCDA'B'C'D'$	**4p** **1p**
2.	Numerele naturale $1,2,5$ şi 10 sunt divizorii lui 10 $m_a = \frac{1+2+5+10}{4} = \frac{18}{4} = 4,5$	**3p** **2p**
3.	$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = k$, unde k este număr rațional, deci $x = 3k$ și $y = 4k$ $x = y - 100$, deci $k = 100$, de unde obținem $x = 300$ și $y = 400$	**2p** **3p**
4.	**a)** $x = 13 + 4\sqrt{3} + \sqrt{16} =$ $= 13 + 4\sqrt{3} + 4 = 17 + 4\sqrt{3}$	**3p** **2p**
	b) $y = 7 - 4\sqrt{3} + 2 + 2\sqrt{6} + 3 + 2 - 2\sqrt{6} + 3 = 17 - 4\sqrt{3}$ $xy = \left(17 + 4\sqrt{3}\right)\left(17 - 4\sqrt{3}\right) = 17^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2 = 289 - 48 = 241$, care este număr natural	**2p** **3p**
5.	$E(x) = x^2 - 6x + 9 - 3x + 30 - x^2 + 16 = -9x + 55$, pentru orice număr real x $E(n) \geq 1 \Leftrightarrow -9n + 55 \geq 1$, deci $n \leq 6$ și, cum n este număr natural, obținem $n \in \{0,1,2,\ldots,6\}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ romb, deci $AC \perp BD$, deci ΔAOB este dreptunghic , unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD $BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{144 - 108} = 6$ cm și, cum O este mijlocul lui BD, obținem $BD = 12$ cm	**2p** **3p**
	b) $AB = AD = BD \Rightarrow \Delta ABD$ este echilateral, deci $m(\sphericalangle(BAD)) = 60°$ $m(\sphericalangle(FAE)) = m(\sphericalangle(FAB)) + m(\sphericalangle(BAD)) + m(\sphericalangle(DAE)) = 60° + 60° + 60° = 180°$, deci punctele F, A și E sunt coliniare	**2p** **3p**

	c) $AF=AE$ și punctele F, A și E sunt coliniare, deci CA este mediană în ΔCEF și $DC=DE$ și punctele C, D și E sunt coliniare, deci FD este mediană în ΔCEF și, cum $\{P\}=AC\cap FD$, obținem că P este centrul de greutate al ΔCEF, deci $AP=\frac{AC}{3}$	**3p**
	$\{Q\}=AC\cap BM$, BM și CO mediane în $\Delta BCD\Rightarrow Q$ este centrul de greutate al ΔBCD, deci $CQ=\frac{2}{3}\cdot CO\Rightarrow CQ=\frac{AC}{3}$, de unde obținem $AP=PQ=QC$	**2p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $P_{\Delta ABC}=3BC=$	**2p**
	$=3\cdot 18=54\text{cm}$	**3p**
	b) VM este mediană în ΔVBC și $VM=\frac{BC}{2}\Rightarrow\Delta VBC$ este dreptunghic în V	**2p**
	$VO\perp(ABC)$, unde O este centrul cercului circumscris triunghiului $ABC\Rightarrow\Delta VOB\equiv\Delta VOC$, deci $BV=CV$, de unde obținem că ΔVBC este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle VBC)=45^\circ$	**3p**
	c) ΔABC echilateral $\Rightarrow AB=AC=BC$ și, cum $VA=VB=VC$, obținem $\Delta VAB\equiv\Delta VAC\equiv\Delta VBC$	**2p**
	$VA\perp VB$, $VA\perp VC$, $\{V\}=VB\cap VC\Rightarrow VA\perp(VBC)$ și, cum $VM\subset(VBC)$, obținem $VA\perp VM$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 19

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	27	**5p**
3.	6	**5p**
4.	30	**5p**
5.	5	**5p**
6.	500	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida patrulateră	**4p**
	Notează piramida patrulateră $VABCD$, cu vârful în V	**1p**
2.	$N=7^n\left(5\cdot1-3\cdot7+7^2\right)=$	**3p**
	$=7^n\cdot33$, care este divizibil cu 11, pentru orice număr natural n	**2p**
3.	$(x-3)+(x-10)+(x-11)=x$	**3p**
	$x=12$	**2p**
4.	**a)** $2(x-4)-2(1-x)\le\left(3-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)\Rightarrow 2x-8-2+2x\le3^2-\left(\sqrt{3}\right)^2\Rightarrow 4x-10\le6$	**3p**
	$x\le4$ și, cum x este număr natural, obținem $A=\{0,1,2,3,4\}$	**2p**
	b) $\lvert x\rvert<2\left(3-2\sqrt{3}\right)-\left(2-4\sqrt{3}\right)\Rightarrow\lvert x\rvert<6-4\sqrt{3}-2+4\sqrt{3}\Rightarrow\lvert x\rvert<4$ și $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow B=\{-3,-2,\ldots,3\}$	**3p**
	$A\cap B=\{0,1,2,3\}$, deci suma elementelor mulțimii $A\cap B$ este $0+1+2+3=6$	**2p**
5.	$E(x,y)=x^2-6x+8+y^2-4y+3+3=x^2-6x+9+y^2-4y+4+1=(x-3)^2+(y-2)^2+1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
	Pentru orice numere reale x și y, $(x-3)^2\ge0$ și $(y-2)^2\ge0$, deci $E(x,y)\ge1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=AB^2=$	**2p**
	$=6^2=36\text{cm}^2$	**3p**
	b) $AE=BF$, $AH=BE$ și $m(\sphericalangle HAE)=m(\sphericalangle EBF)=90^\circ\Rightarrow\Delta AEH\equiv\Delta BFE$, deci $EH=FE$; $BF=CG$, $BE=CF$ și $m(\sphericalangle EBF)=m(\sphericalangle FCG)=90^\circ\Rightarrow\Delta BFE\equiv\Delta CGF$, deci $FE=GF$	**2p**
	$CG=DH$, $CF=DG$ și $m(\sphericalangle FCG)=m(\sphericalangle GDH)=90^\circ\Rightarrow\Delta CGF\equiv\Delta DHG$, deci $GF=HG$; obținem $EH=FE=GF=HG$, deci $EFGH$ este romb $\Rightarrow EG\perp HF$	**3p**

	c) $AB = BC$, $BF = CG$ și $m(\sphericalangle ABF) = m(\sphericalangle BCG) = 90^\circ \Rightarrow \Delta ABF \equiv \Delta BCG$	**2p**
	$m(\sphericalangle CBG) + m(\sphericalangle CGB) = 90^\circ$ și $\sphericalangle AFB \equiv \sphericalangle BGC$, deci $m(\sphericalangle CBG) + m(\sphericalangle AFB) = 90^\circ$, de unde obținem $m(\sphericalangle BMF) = 180^\circ - (m(\sphericalangle FBM) + m(\sphericalangle MFB)) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$	**3p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} =$	**3p**
	$= \frac{64\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) $AD \perp (BCD)$ și $DB, DC \subset (BCD) \Rightarrow AD \perp DB$ și $AD \perp DC$, deci DM este mediană în triunghiul dreptunghic ADB și DN este mediană în triunghiul dreptunghic ADC, de unde obținem $DM = \frac{AB}{2} = 4\,\text{cm}$ și $DN = \frac{AC}{2} = 4\,\text{cm}$	**2p**
	MN linie mijlocie în ΔABC, deci $MN = \frac{BC}{2} = 4\,\text{cm}$, de unde obținem $DM = DN = MN$, deci ΔDMN este echilateral	**3p**
	c) ΔADB dreptunghic în D, deci $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 4\sqrt{2}\,\text{cm}$ și ΔADC dreptunghic în D, deci $CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 4\sqrt{2}\,\text{cm} \Rightarrow BD^2 + DC^2 = BC^2$, deci ΔBDC dreptunghic în D	**2p**
	$CD \perp DA$, $CD \perp DB$ și $DA \cap DB = \{D\} \Rightarrow CD \perp (ABD) \Rightarrow \sphericalangle(CM, (ABD)) = \sphericalangle CMD$ și, cum ΔCDM este dreptunghic în D și $CM = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$, obținem $\sin(\sphericalangle CMD) = \frac{CD}{CM} = \frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 20

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	50	**5p**
2.	20	**5p**
3.	7	**5p**
4.	$5\sqrt{2}$	**5p**
5.	30	**5p**
6.	5	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează pătratul	**4p**
	Notează pătratul $ABCD$	**1p**
2.	$\overline{3bc}$ este divizibil cu 5, deci $c \in \{0,5\}$	**1p**
	$\overline{3b0}$ este divizibil cu $9 \Leftrightarrow 3+b+0$ este divizibil cu 9 și, cum b este cifră, obținem $b=6$	**2p**
	$\overline{3b5}$ este divizibil cu $9 \Leftrightarrow 3+b+5$ este divizibil cu 9 și, cum b este cifră, obținem $b=1$, deci numerele sunt 315 și 360	**2p**
3.	$\frac{2+n}{5-n}=2\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2+n}{5-n}=\frac{5}{2}$	**3p**
	$n=3$, care convine	**2p**
4.	**a)** Reprezentarea punctului A	**2p**
	Reprezentarea punctului B	**2p**
	Trasarea segmentului AB	**1p**
	b) $BA=\sqrt{(-3-0)^2+(-1-3)^2}=\sqrt{9+16}=5$	**2p**
	ΔABM este isoscel de vârf $B \Rightarrow BA=BM$, deci $BM=5 \Rightarrow \sqrt{(m-0)^2+(0-3)^2}=5$, de unde obținem $m^2+9=25$ și, cum m este număr natural, $m=4$	**3p**
5.	$E(x)=x^4+x^2+1-2x^3+2x^2-2x-\left(x^4-2x^3+x^2\right)-x^2=x^2-2x+1$, pentru orice număr real x	**3p**
	$m_a=\frac{E(-\sqrt{2})+E(\sqrt{2})}{2}=\frac{3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}}{2}=3$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ dreptunghi, deci $P_{ABCD}=2(AB+BC)=$	**3p**
	$=2(10+15)=50\text{cm}$	**2p**
	b) $\mathcal{A}_{\Delta AMN}=\frac{AM\cdot AN}{2}=25\text{cm}^2$, $\mathcal{A}_{\Delta BMC}=\frac{BM\cdot BC}{2}=37{,}5\text{cm}^2$, $\mathcal{A}_{\Delta CDN}=\frac{CD\cdot DN}{2}=25\text{cm}^2$	**3p**
	$\mathcal{A}_{\Delta MNC}=\mathcal{A}_{ABCD}-\mathcal{A}_{\Delta AMN}-\mathcal{A}_{\Delta BMC}-\mathcal{A}_{\Delta CDN}=150-25-37{,}5-25=62{,}5\text{cm}^2$	**2p**

	c) $MN=\sqrt{AM^2+AN^2}=5\sqrt{5}\text{cm}, CN=\sqrt{CD^2+DN^2}=5\sqrt{5}\text{cm}$, $MC=\sqrt{BM^2+BC^2}=5\sqrt{10}\text{cm}$	**3p**
	$MN^2+NC^2=MC^2$, deci ΔMNC este dreptunghic isoscel $\Rightarrow m(\sphericalangle CMN)=45^\circ$	**2p**
2.	**a)** AC este diagonala pătratului $ABCD$, deci $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=$	**3p**
	$=12\sqrt{2}\text{ cm}$	**2p**
	b) $ACC'A'$ dreptunghi, deci $AC\parallel A'C'$ şi $AC=A'C'$, de unde obţinem $AO\parallel O'C'$ şi $AO=O'C'$, unde $\{O'\}=A'C'\cap B'D'\Rightarrow AOC'O'$ paralelogram	**3p**
	$C'O\parallel AO'$, $AO'\subset(AB'D')$, deci $C'O\parallel(AB'D')$	**2p**
	c) $B'D'\perp A'C'$, $B'D'\perp AA'$ şi $A'C'\cap AA'=\{A'\}\Rightarrow B'D'\perp(AA'C')$ şi, cum $A'C\subset(AA'C')$, obţinem $B'D'\perp A'C$	**1p**
	$A'O'\parallel AC\Rightarrow \Delta A'MO'\sim\Delta CMA$, unde $\{M\}=A'C\cap AO'\Rightarrow \dfrac{A'M}{MC}=\dfrac{MO'}{MA}=\dfrac{A'O'}{CA}=\dfrac{1}{2}$ şi, cum $A'C=12\sqrt{3}\text{cm}$, $AO'=6\sqrt{6}\text{cm}$, obţinem $A'M=4\sqrt{3}\text{cm}$, $AM=4\sqrt{6}\text{cm}\Rightarrow AM^2+MA'^2=AA'^2$ deci $\Delta AMA'$ este dreptunghic în M	**3p**
	$A'C\perp B'D'$, $A'C\perp AO'$ şi $B'D'\cap AO'=\{O'\}\Rightarrow A'C\perp(AB'D')$	**1p**