EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 26

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $4\cdot 5-(20-20:2)\cdot 2$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă 50% dintr-un număr este 20, atunci numărul este egal cu … .

5p **3.** Cel mai mare număr divizibil cu 5 din mulțimea $A=\{10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\}$ este … .

5p **4.** Paralelogramul $ABCD$ are perimetrul egal cu 16cm. Știind că $AB=6\text{cm}$, lungimea laturii AD este egală cu … cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor $A'D'$ și AB are măsura de …° .

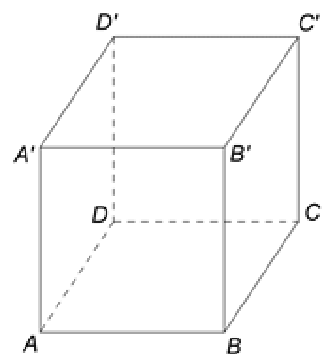


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este dată o dependenţă funcţională.

x	-1	0	1
$y=x-5$	-6	-5	a

Conform informațiilor din tabel, numărul real a este egal cu … .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o prismă $ABCDEF$ cu baza triunghiul ABC.

5p **2.** Determinați numărul natural nenul n, știind că împărțind numerele 89 și 49, pe rând, la n, obținem resturile 8, respectiv 4.

5p **3.** După ce a citit 50 de pagini dintr-o carte, Matei constată că mai are de citit 5 pagini până la jumătatea cărții. Determinați numărul de pagini ale acestei cărți.

4. Se consideră numerele reale $x=3\sqrt{2}\left(\sqrt{50}+\sqrt{72}-\sqrt{200}\right)$ și $y=\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}+\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)\cdot\sqrt{300}:\frac{1}{3\sqrt{36}}$.

5p **a)** Arătați că $x=6$.

5p **b)** Calculați media geometrică a numerelor x și y.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+3)^2-(2-x)(2+x)-5x^2-12x$, unde x este număr real. Arătați că $E(x)=E(2020)$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* sunt reprezentate două cercuri de centre O și, respectiv, P. Cele două cercuri se intersectează în punctul T, astfel încât punctele A, T și B sunt coliniare, iar segmentele AT și TB sunt diametre ale celor două cercuri, $AT = 8\text{cm}$ și $TB = 12\text{cm}$. Pe primul cerc se consideră punctul C, diferit de A și de T, iar pe al doilea cerc se consideră punctul D astfel încât punctele C, T și D sunt coliniare.

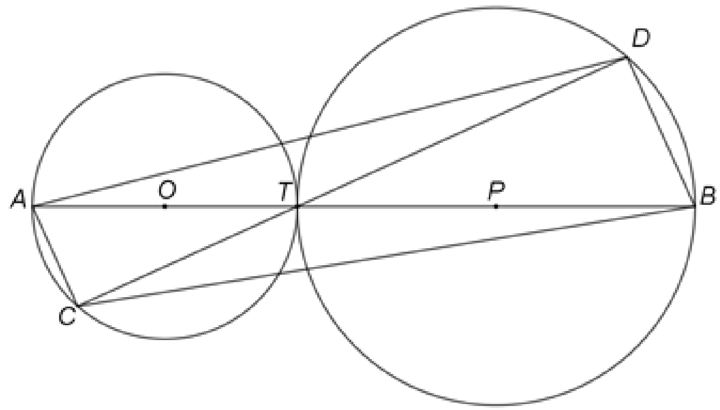


Figura 2

5p **a)** Arătați că $OP = 10\text{cm}$.
5p **b)** Demonstrați că dreptele AC și BD sunt paralele.
5p **c)** Demonstrați că, dacă $m\left(\overset{\frown}{AC}\right) = 60°$, atunci patrulaterul $ACBD$ are aria mai mică decât 90cm^2.

2. În *Figura 3* este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC cu $m(\sphericalangle BAC) = 90°$, $AB = 30\text{cm}$ și $AC = 40\text{cm}$. Dreapta AM este perpendiculară pe planul (ABC), punctul D este proiecția punctului M pe dreapta BC și $MD = 26\text{cm}$.

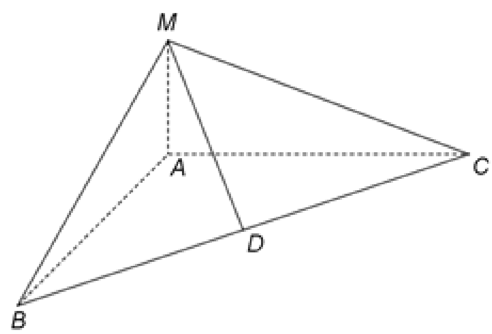


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 120cm.
5p **b)** Demonstrați că $AM = 10\text{cm}$.
5p **c)** Calculați distanța de la punctul N, mijlocul segmentului MC, la dreapta AD.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 27

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $10+6\cdot(40-20\cdot 2)$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Numărul care reprezintă o treime din 30 este egal cu $\dots$.

5p **3.** Cel mai mare număr prim din mulţimea $M=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ este $\dots$.

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are perimetrul de $20\,\text{cm}$. Lungimea laturii acestui pătrat este egală cu $\dots$ cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor BD și $A'C'$ are măsura de $\dots^\circ$.

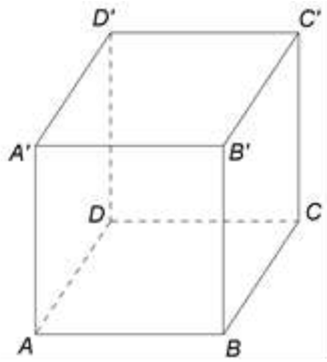
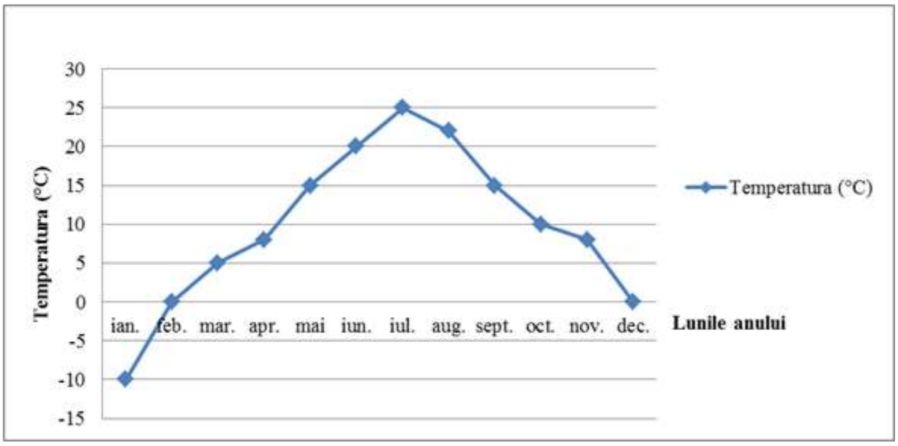


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos sunt prezentate temperaturile medii înregistrate la o stație meteo, pentru fiecare dintre lunile unui an.



Conform informațiilor din diagramă, diferența dintre temperatura înregistrată în luna decembrie și temperatura înregistrată în luna ianuarie este egală cu $\dots$°C .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un dreptunghi $ABCD$.

5p **2.** Se consideră numerele reale $x=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)$ şi $y=\left(1-\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right):\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{9}\right)$. Arătaţi că media aritmetică a numerelor x şi y este egală cu 1.

5p **3.** Prețul unui obiect a crescut cu 10% și apoi noul preț s-a redus cu 10%. Prețul final este egal cu 198 de lei. Determinaţi preţul inițial al obiectului.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(2^{99}+2^{99}\right):32^{14}$, $b=\sqrt{2^2}-\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}+\frac{\sqrt{50}}{5}$.

5p **a)** Arătaţi că $a=2^{30}$.

5p **b)** Arătați că $a < b^{20}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x) = (3x+4)^2 - 2(3x-4)(3x+4) + (3x-4)^2$, unde x este număr real. Determinați numărul natural n pentru care $E(n) = n^3$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat triunghiul echilateral ABC cu $AB = 6\,\text{cm}$. Punctele distincte D și E sunt situate în exteriorul triunghiului ABC astfel încât triunghiurile ABD și ACE sunt echilaterale. Punctul M este mijlocul segmentului BC.

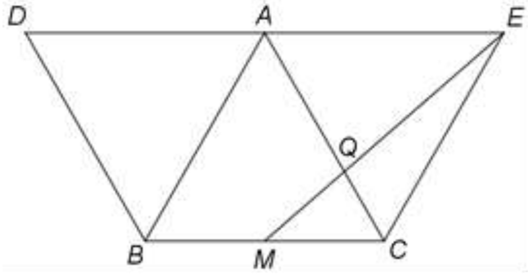


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCE$ este egal cu $24\,\text{cm}$.

5p **b)** Determinați distanța de la punctul E la dreapta BD.

5p **c)** Calculați aria triunghiului CMQ, unde Q este punctul de intersecție a dreptelor AC și EM.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă patrulateră $ABCDA'B'C'D'$ cu $AA' \perp (ABC)$, $AA' = 12\sqrt{3}\,\text{cm}$ și $ABCD$ pătrat cu $AB = 12\,\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD, iar punctul M este intersecția dreptelor BC' și $B'C$.

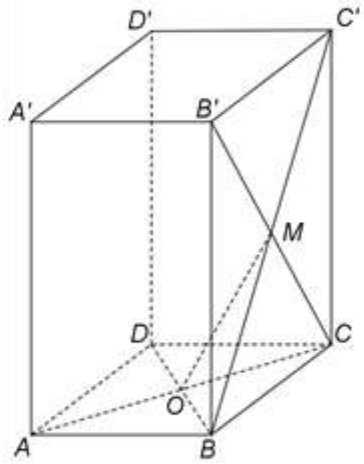


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu $144\,\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că unghiul dreptelor $A'B$ și OM are măsura de $60°$.

5p **c)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta OM și planul (BCC').

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 28

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(12-12:3):8$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Un obiect costă 60 de lei. După o scumpire cu 10%, obiectul costă $\dots$ de lei.

5p **3.** Cel mai mare număr din mulțimea $\{0,1,-1,4,-4\}$ este egal cu $\dots$.

5p **4.** În triunghiul ABC cu $BC=8\text{cm}$, punctul M este mijlocul laturii AB și punctul N este mijlocul laturii AC. Lungimea segmentului MN este egală cu $\dots\text{cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă triunghiulară $ABCA'B'C'$ cu $AA'\perp(ABC)$. Unghiul dreptelor AA' și BC are măsura de $\dots^\circ$.

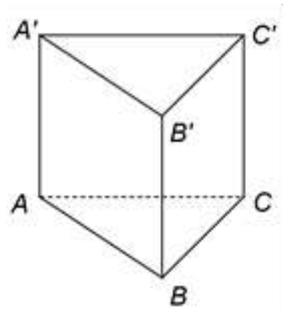


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentată repartiția celor 1300 de elevi ai unui liceu în funcție de gruparea limbilor străine studiate. Fiecare elev studiază două limbi străine.

Limbile străine studiate	*Engleză Franceză*	*Engleză Germană*	*Engleză Spaniolă*	*Franceză Germană*	*Franceză Spaniolă*
Procent	60%	15%	10%	5%	

Conform informațiilor din tabel, numărul elevilor care studiază *Franceză Spaniolă* este egal cu $\dots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un trapez isoscel $ABCD$ cu $AD=BC$.

5p **2.** Calculați media geometrică a numerelor a și b, unde a este cel mai mare divizor comun al numerelor 25 și 105, iar $b=\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\frac{1}{4\cdot5}$.

5p **3.** Prețul unui obiect este de 400 de lei. După o reducere cu 10% din preț, urmează o nouă reducere cu 10% din noul preț. Calculați cu ce procent s-a micșorat prețul inițial al obiectului după cele două reduceri.

4. Se consideră numerele $x=\left(\sqrt{\frac{144}{25}}+\sqrt{16-\sqrt{49}}\right)\cdot5$ și $y=\left(\sqrt{48}+3\sqrt{5}\right)\left(4\sqrt{3}-\sqrt{45}\right)-\left(\sqrt{3}+2\right)+\frac{6}{\sqrt{12}}-|-3|$.

5p **a)** Arătați că $x=27$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=\sqrt{x+y}$ este natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(4x+3)^2-(3-4x)^2+(2x-1)(x-5)-2(x+9)^2+160$, unde x este număr real. Arătați că $E(1)+E(2)+E(3)+\dots+E(10)=85$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi isoscel ABC cu $AB = 12$ cm și $m(\sphericalangle BAC) = 120°$. Punctul M este situat pe latura BC, astfel încât $AM \perp AB$.

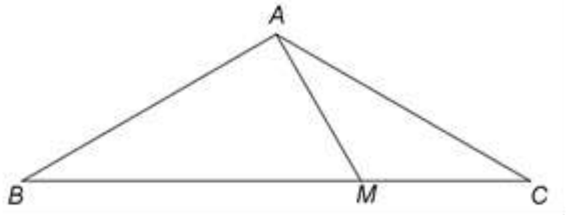


Figura 2

5p **a)** Arătați că măsura unghiului ABC este de $30°$.

5p **b)** Calculați lungimea segmentului BM.

5p **c)** Demonstrați că $AC^2 = AM \cdot BC$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 6$ cm. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD.

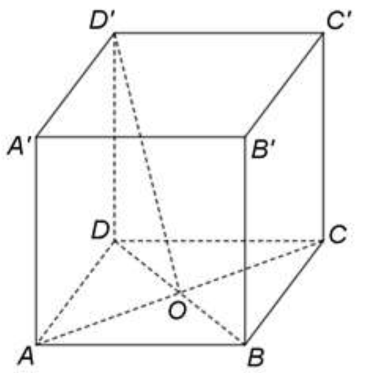


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 36cm^2.

5p **b)** Determinați măsura unghiului dreptelor $A'B$ și $D'O$.

5p **c)** Se consideră punctul M, proiecția punctului D pe planul $(AD'C)$. Demonstrați că punctele D, M și B' sunt coliniare.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 29

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(9-9:3):6$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Zece kilograme de mere costă 30 de lei. Un kilogram de mere de același fel costă $\ldots$ lei.

5p **3.** Dacă $A=\{-3,-2,-1,0\}$ și $B=\{0,1,2,3\}$, atunci $A\cap B=\{\ldots\}$.

5p **4.** Triunghiul dreptunghic isoscel ABC are ipotenuza $BC=10\sqrt{2}\text{ cm}$. Aria acestui triunghi este egală cu $\ldots\text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu $VO\perp(ABC)$. Unghiul dreptelor VO și BC are măsura de $\ldots°$.

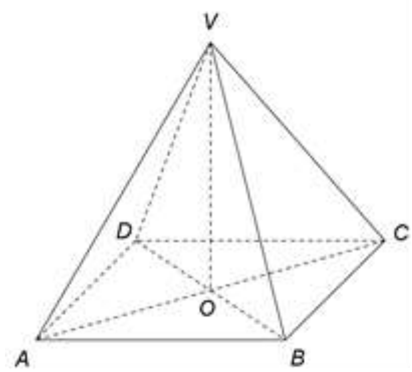


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentată situația statistică a notelor obţinute de elevii unei clase a VIII-a la un test.

Nota la test	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	0	2	3	6	5	4	4

Conform tabelului, media notelor obținute de elevii clasei a VIII-a la test este egală cu $\ldots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDMNPQ$.

5p **2.** Determinaţi numărul natural de trei cifre, care are cifra unităților 9 și care se divide cu fiecare dintre cifrele sale.

5p **3.** În două cartiere locuiesc 2100 de persoane. Numărul locuitorilor din primul cartier reprezintă jumătate din numărul locuitorilor din al doilea cartier. Determinaţi numărul locuitorilor din fiecare cartier.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{2\sqrt{5}}\right):\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)$ și $b=\left(\sqrt{3}-\sqrt{7}\right)^2+\sqrt{84}$.

5p **a)** Arătați că $a=\frac{1}{\sqrt{10}}$.

5p **b)** Calculați $a^{2020}\cdot b^{1010}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x+1)^2-(x-1)^2+(2x+1)^2-(2x-1)^2$, unde x este număr real. Știind că n este un număr natural pentru care $E(n)$ este pătratul unui număr natural, arătați că n se divide cu 3.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* sunt reprezentate un paralelogram $ABCD$ cu $AB = 5$ cm, $BC = 7$ cm și, în exteriorul paralelogramului $ABCD$, pătratele $ABEF$ și $ADMN$.

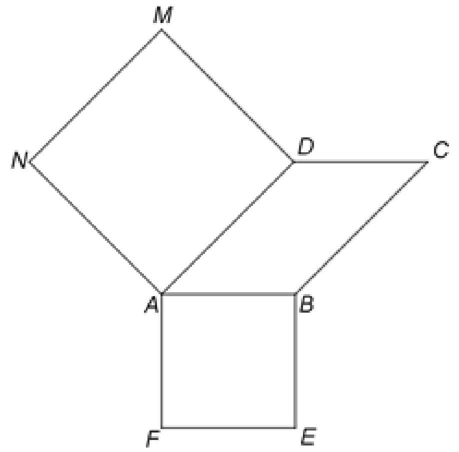


Figura 2

5p **a)** Arătaţi că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu 24 cm.
5p **b)** Demonstraţi că segmentele NF şi AC sunt congruente.
5p **c)** Demonstrați că dreptele AC și NF sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB = 18$cm și dreapta MO perpendiculară pe planul (ABC), unde O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC, $MO = 6$cm. Punctul N este mijlocul segmentului BC.

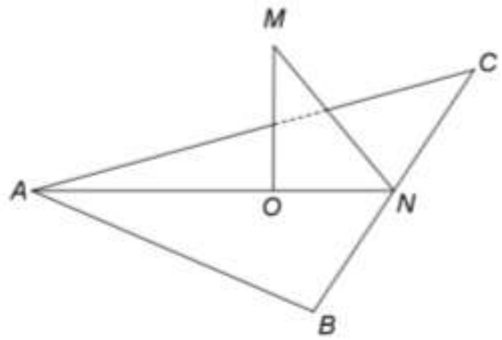


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 54cm.
5p **b)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta MA și planul (ABC).
5p **c)** Demonstrați că distanța de la punctul A la planul (MBC) este egală cu $\frac{18\sqrt{21}}{7}$cm.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 30

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $10-2\cdot(10-10:2)$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Dacă $\frac{x-1}{6}=\frac{1}{6}$, atunci numărul real x este egal cu $\ldots$.

5p **3.** Cel mai mare număr natural de două cifre divizibil cu 10 este $\ldots$.

5p **4.** Un cerc are raza $r=10\,\text{cm}$. Lungimea acestui cerc este egală cu $\ldots\pi\,\text{cm}$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Unghiul dreptelor AE și EG are măsura de $\ldots^\circ$.

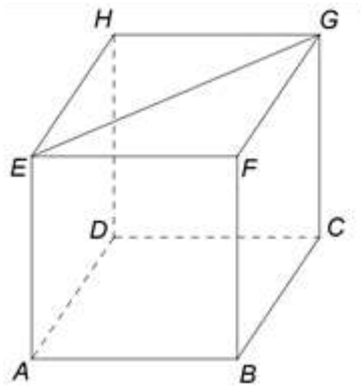


Figura 1

5p **6.** În tabelul următor sunt prezentate informații despre numărul de vizitatori ai unui site de știri, în cinci zile consecutive ale unei săptămâni.

Ziua	luni	marți	miercuri	joi	vineri
Nr. de vizitatori	95695	55220	64208	55665	35695

Conform tabelului, numărul de vizitatori ai site-ului în ziua de luni este mai mare decât numărul de vizitatori ai site-ului în ziua de vineri cu $\ldots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră cu vârful V și baza pătratul $ABCD$.

5p **2.** Determinați numerele naturale de trei cifre care sunt de 34 de ori mai mari decât suma cifrelor lor.

5p **3.** Vârsta unei mame este de 3 ori mai mare decât vârsta fiicei ei, iar vârsta tatălui este cu 4 ani mai mare decât vârsta mamei. Suma vârstelor celor trei este 88 de ani. Calculați vârsta tatălui.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right):\sqrt{6}$ și $b=\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{4\cdot 6}$.

5p **a)** Arătaţi că $a=2$.

5p **b)** Calculați $(8a-30b)^{100}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x+3)^2-(x+1)^2-(x+3)(x-3)+(x+1)(x-1)$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $E(n)\le 20$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi ABC, dreptunghic în A, cu $BC = 32\text{cm}$ și $BD = 8\text{cm}$, unde $AD \perp BC$, $D \in BC$. Punctul M este mijlocul laturii AC.

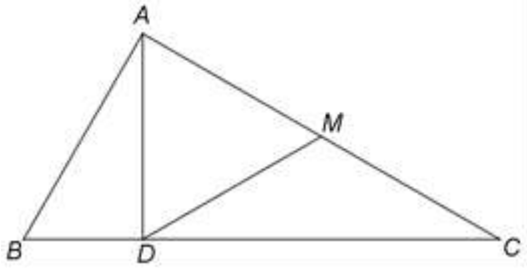


Figura 2

5p **a)** Arătați că $AB = 16\text{cm}$.

5p **b)** Calculați aria patrulaterului $ABDM$.

5p **c)** Demonstrați că, dacă N este punctul de intersecție a dreptelor AB și DM, atunci segmentele MN și AC sunt congruente.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă patrulateră $ABCDA'B'C'D'$ cu baza pătratul $ABCD$, $AB = 6\text{cm}$ și $AA' \perp (ABC)$. Dreptele AC și BD se intersectează în O, iar dreptele BC' și $B'C$ se intersectează în M.

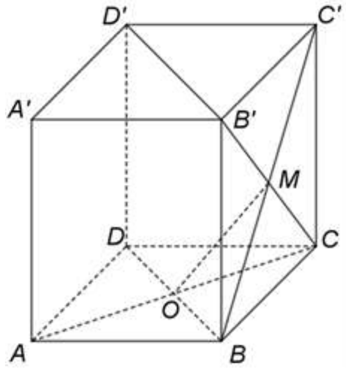


Figura 3

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu 24cm.

5p **b)** Demonstrați că dreapta DC' este paralelă cu planul (COM).

5p **c)** Demonstrați că, dacă punctul N este simetricul punctului O față de punctul M, atunci punctele A', B', C' și N sunt coplanare.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 26

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	40	**5p**
3.	15	**5p**
4.	2	**5p**
5.	90	**5p**
6.	–4	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează prisma cu baza triunghi	**4p**
	Notează prisma $ABCDEF$ cu baza triunghiul ABC	**1p**
2.	$89 = n \cdot a + 8$, $n > 8$ și $49 = n \cdot b + 4$, $n > 4$, unde a și b sunt câturile obținute la fiecare împărțire; obținem $n \cdot a = 81$ și $n \cdot b = 45$, deci n este divizor comun al numerelor 81 și 45	**3p**
	$c.m.m.d.c\{81,45\} = 9$ și, cum $n > 8$, obținem că $n = 9$	**2p**
3.	$50 = \frac{x}{2} - 5$, unde x este numărul de pagini ale cărții	**3p**
	$x = 110$	**2p**
4.	**a)** $x = 3\sqrt{2}\left(5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 10\sqrt{2}\right) = 3\sqrt{2}\left(11\sqrt{2} - 10\sqrt{2}\right) =$	**3p**
	$= 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 6$	**2p**
	b) $y = \frac{5}{6\sqrt{3}} \cdot 10\sqrt{3} : \frac{1}{3 \cdot 6} = \frac{25}{3} \cdot 18 = 150$	**3p**
	$m_g = \sqrt{xy} = \sqrt{6 \cdot 150} = 30$	**2p**
5.	$E(x) = 4x^2 + 12x + 9 - 4 + x^2 - 5x^2 - 12x = 5$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(2020) = 5$, deci $E(x) = E(2020)$, pentru orice număr real x	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $OP = OT + TP = \frac{AT}{2} + \frac{TB}{2} =$	**3p**
	$= 4 + 6 = 10\,\text{cm}$	**2p**
	b) AT diametru, deci $m(\sphericalangle ACT) = \frac{1}{2} m\left(\overset{\frown}{AT}\right) = 90° \Rightarrow AC \perp CD$	**2p**
	BT diametru, deci $m(\sphericalangle BDT) = \frac{1}{2} m\left(\overset{\frown}{BT}\right) = 90° \Rightarrow BD \perp CD$, de unde obținem $AC \parallel BD$	**3p**

	c) ΔACT dreptunghic în C, $m(\sphericalangle ATC)=30^\circ \Rightarrow AC=4\text{cm}$, $TC=4\sqrt{3}\text{cm}$ și ΔBDT dreptunghic în D, $m(\sphericalangle BTD)=30^\circ \Rightarrow BD=6\text{cm}$, de unde obținem $TD=6\sqrt{3}\text{cm}$	**2p**
	$ACBD$ este trapez $\Rightarrow \mathcal{A}_{ACBD}=\dfrac{(AC+BD)CD}{2}=\dfrac{(4+6)\cdot 10\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}\text{cm}^2$ și, cum $50\sqrt{3}<90 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 5\sqrt{3}<9 \Leftrightarrow \sqrt{75}<\sqrt{81}$, obținem că $\mathcal{A}_{ACBD}<90\text{cm}^2$	**3p**
2.	**a)** ΔABC este dreptunghic, deci $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{900+1600}=50\text{cm}$	**3p**
	$P_{\Delta ABC}=AB+BC+CA=30+50+40=120\text{cm}$	**2p**
	b) $AM\perp(ABC)$, $BC\subset(ABC)\Rightarrow AM\perp BC$ și, cum $MD\perp BC$ și $AM\cap MD=\{M\}$, obținem $BC\perp(AMD)\Rightarrow BC\perp AD$ și, cum ΔABC este dreptunghic, obținem $AD=\dfrac{AB\cdot AC}{BC}=24\text{cm}$	**3p**
	$AM\perp(ABC)$, $AD\subset(ABC)\Rightarrow AM\perp AD$, deci $AM=\sqrt{MD^2-AD^2}=\sqrt{676-576}=10\text{cm}$	**2p**
	c) ΔAMC este dreptunghic în A și N este mijlocul segmentului $MC\Rightarrow AN=\dfrac{MC}{2}$ și ΔDMC este dreptunghic în D și N este mijlocul segmentului $MC\Rightarrow DN=\dfrac{MC}{2}$, de unde obținem ΔAND este isoscel $\Rightarrow NP\perp AD$, unde P este mijlocul segmentului AD, deci $d(N,AD)=NP$	**3p**
	$MC=10\sqrt{17}\text{cm}\Rightarrow AN=5\sqrt{17}\text{cm}$, deci $NP=\sqrt{AN^2-AP^2}=\sqrt{425-144}=\sqrt{281}\text{cm}$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 27

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	10	**5p**
2.	10	**5p**
3.	7	**5p**
4.	5	**5p**
5.	90	**5p**
6.	10	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează dreptunghiul	**4p**
	Notează dreptunghiul $ABCD$	**1p**
2.	$x=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$	**2p**
	$y=\frac{20-8-5}{20}:\frac{27-20}{36}=\frac{7}{20}:\frac{7}{36}=\frac{7}{20}\cdot\frac{36}{7}=\frac{9}{5}\Rightarrow m_a=\frac{\frac{1}{5}+\frac{9}{5}}{2}=\frac{2}{2}=1$	**3p**
3.	$x+\frac{10}{100}\cdot x-\frac{10}{100}\cdot\left(x+\frac{10}{100}\cdot x\right)=198$, unde x este preţul iniţial al obiectului	**3p**
	$x=200$ de lei	**2p**
4.	**a)** $a=\left(2^{99}+2^{99}\right):\left(2^5\right)^{14}=\left(2\cdot2^{99}\right):2^{70}=$	**3p**
	$=2^{100}:2^{70}=2^{30}$	**2p**
	b) $b=2-\left\|1-\sqrt{2}\right\|+\frac{5\sqrt{2}}{5}=2-\left(\sqrt{2}-1\right)+\sqrt{2}=2-\sqrt{2}+1+\sqrt{2}=3$	**3p**
	$a<b^{20}\Leftrightarrow 2^{30}<3^{20}\Leftrightarrow\left(2^3\right)^{10}<\left(3^2\right)^{10}\Leftrightarrow 8^{10}<9^{10}$, relaţie adevărată	**2p**
5.	$E(x)=\left((3x+4)-(3x-4)\right)^2=(3x+4-3x+4)^2=8^2=64$, pentru orice număr real x	**3p**
	$n^3=64\Leftrightarrow n^3=4^3$, de unde obţinem $n=4$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $AC=BC=6\text{cm}$	**2p**
	ΔACE este echilateral, deci $CE=EA=6\text{cm}\Rightarrow P_{ABCE}=AB+BC+CE+EA=4\cdot6=24\text{cm}$	**3p**
	b) $ABCE$ romb, deci $(BE$ este bisectoarea $\sphericalangle ABC\Rightarrow m(\sphericalangle ABE)=\frac{1}{2}\cdot60^\circ=30^\circ$ şi, cum ΔABD este echilateral, obţinem $m(\sphericalangle DBE)=m(\sphericalangle ABD)+m(\sphericalangle ABE)=90^\circ\Rightarrow EB\perp BD\Rightarrow d(E,BD)=EB$	**3p**
	$m(\sphericalangle DAE)=m(\sphericalangle DAB)+m(\sphericalangle BAC)+m(\sphericalangle CAE)=180^\circ\Rightarrow D$, A şi E sunt coliniare, deci $DE=12\text{cm}$ şi, cum ΔBED este dreptunghic, obţinem $EB=6\sqrt{3}\text{cm}$	**2p**

	c) $BC \parallel AE \Rightarrow \Delta MQC \sim \Delta EQA \Rightarrow \frac{CQ}{QA}=\frac{CM}{AE}$, deci $\frac{CQ}{QA}=\frac{1}{2}$	**2p**
	ΔABC echilateral $\Rightarrow AM \perp BC \Rightarrow AM \parallel QN$, unde $QN \perp BC$, $N \in BC \Rightarrow \Delta CQN \sim \Delta CAM$, deci $\frac{QN}{AM}=\frac{1}{3}$, de unde obținem $\mathcal{A}_{\Delta CMQ}=\frac{1}{2}\cdot QN\cdot CM=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot AM\cdot\frac{1}{2}\cdot BC=\frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD}=AB^2=$	**3p**
	$=12^2=144\text{cm}^2$	**2p**
	b) $ABCD$ pătrat, deci O este mijlocul lui AC și $BCC'B'$ dreptunghi, deci M este mijlocul lui $B'C \Rightarrow OM$ linie mijlocie în $\Delta ACB' \Rightarrow OM \parallel AB' \Rightarrow m(\sphericalangle(A'B,OM))=m(\sphericalangle(A'B,AB'))$	**3p**
	$AA' \perp (ABC) \Rightarrow ABB'A'$ dreptunghi, deci $AB'=\sqrt{144+432}=24\text{cm}$ și, cum $AB=12\text{cm}$, obținem că $m(\sphericalangle AB'B)=30^\circ$, deci $m(\sphericalangle(A'B,OM))=m(\sphericalangle(A'B,AB'))=60^\circ$	**2p**
	c) $ON \perp BC$, unde N este mijlocul lui BC și, cum $BB' \perp (ABC)$ și $ON \subset (ABC) \Rightarrow BB' \perp ON$ deci, cum $BC \cap BB'=\{B\}$, $ON \perp (BCC') \Rightarrow m(\sphericalangle(OM,(BCC')))=m(\sphericalangle(OM,MN))=m(\sphericalangle OMN)$	**3p**
	ΔONM dreptunghic, $ON=6\text{cm}, OM=12\text{cm} \Rightarrow \sin(\sphericalangle OMN)=\frac{ON}{OM}=\frac{1}{2} \Rightarrow m(\sphericalangle OMN)=30^\circ$	**2p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 28

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	1	**5p**
2.	66	**5p**
3.	4	**5p**
4.	4	**5p**
5.	90	**5p**
6.	130	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul isoscel	**4p**
	Notează trapezul isoscel $ABCD$ cu $AD = BC$	**1p**
2.	Cum $25 = 5^2$ și $105 = 3\cdot 5\cdot 7 \Rightarrow c.m.m.d.c.\{25,105\} = 5$, deci $a = 5$	**2p**
	$b = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5} = 1-\frac{1}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{5\cdot\frac{4}{5}} = 2$	**3p**
3.	Prețul după prima reducere este $400-\frac{10}{100}\cdot 400 = 360$ de lei	**2p**
	Prețul după a doua reducere este $360-\frac{10}{100}\cdot 360 = 324$ lei, deci $\frac{p}{100}\cdot 400 = 400-324 \Rightarrow p = 19$, deci prețul inițial s-a micșorat cu 19%	**3p**
4.	**a)** $x = \left(\frac{12}{5}+\sqrt{16-7}\right)\cdot 5 = \left(\frac{12}{5}+\sqrt{9}\right)\cdot 5 =$	**3p**
	$= 12+3\cdot 5 = 27$	**2p**
	b) $y = \left(\sqrt{48}+\sqrt{45}\right)\left(\sqrt{48}-\sqrt{45}\right)-\sqrt{3}-2+\frac{6}{2\sqrt{3}}-3 = 48-45-\sqrt{3}-5+\sqrt{3} = -2$	**3p**
	$N = \sqrt{x+y} = \sqrt{27+(-2)} = \sqrt{25} = 5$, care este număr natural	**2p**
5.	$E(x) = 16x^2+24x+9-9+24x-16x^2+2x^2-11x+5-2x^2-36x-162+160 = x+3$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(1)+E(2)+E(3)+\ldots+E(10) = (1+2+3+\ldots+10)+3\cdot 10 = 55+30 = 85$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABC este isoscel, deci $m(\sphericalangle ABC) = \frac{180^\circ - m(\sphericalangle BAC)}{2} =$	**3p**
	$= \frac{180^\circ-120^\circ}{2} = 30^\circ$	**2p**

	b) ΔABM este dreptunghic în $A \Rightarrow \cos(\sphericalangle ABM) = \frac{AB}{BM}$	**2p**
	$\cos 30° = \frac{12}{BM} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12}{BM}$, deci $BM = 8\sqrt{3}$ cm	**3p**
	c) $m(\sphericalangle MAC) = m(\sphericalangle BAC) - m(\sphericalangle BAM) = 120° - 90° = 30°$ și, cum ΔABC este isoscel, deci $m(\sphericalangle ACB) = 30°$, obținem că $\Delta ABC \sim \Delta MAC$	**3p**
	$\frac{AB}{MA} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AM \cdot BC$ și, cum $AB = AC$, obținem $AC^2 = AM \cdot BC$	**2p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$	**3p**
	$= 6^2 = 36\text{cm}^2$	**2p**
	b) $BC \parallel A'D'$ și $BC = A'D' \Rightarrow A'D'CB$ paralelogram, deci $A'B \parallel D'C$, de unde obținem că $m(\sphericalangle(A'B, D'O)) = m(\sphericalangle(D'C, D'O))$	**2p**
	$AC = 6\sqrt{2}$ cm, $D'C = 6\sqrt{2}$ cm și $AD' = 6\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow \Delta D'AC$ echilateral și, cum O e mijlocul segmentului $AC \Rightarrow D'O$ este bisectoarea $\sphericalangle AD'C \Rightarrow m(\sphericalangle(D'C, D'O)) = m(\sphericalangle CD'O) = 30°$	**3p**
	c) $DA = DD' = DC$ și, cum $DM \perp (AD'C)$, $M \in (AD'C)$, ΔDMA, $\Delta DMD'$ și ΔDMC sunt dreptunghice și au latura DM comună $\Rightarrow \Delta DMA \equiv \Delta DMD' \equiv \Delta DMC \Rightarrow AM = D'M = CM$, deci M este centrul cercului circumscris $\Delta D'AC$	**2p**
	$B'A = B'D' = B'C$ și, cum pentru $B'N \perp (AD'C)$, $N \in (AD'C)$, $\Delta B'NA$, $\Delta B'ND'$ și $\Delta B'NC$ sunt dreptunghice și au latura $B'N$ comună, obținem $\Delta B'NA \equiv \Delta B'ND' \equiv \Delta B'NC$, deci $AN = D'N = CN \Rightarrow N$ este centrul cercului circumscris $\Delta D'AC$, de unde obținem că $M = N$ și, cum $DM \perp (AD'C)$ și $B'N \perp (AD'C)$, punctele D, M și B' sunt coliniare	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 29

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	1	**5p**
2.	3	**5p**
3.	0	**5p**
4.	50	**5p**
5.	90	**5p**
6.	$7,75$	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic	**4p**
	Notează paralelipipedul dreptunghic $ABCDMNPQ$	**1p**
2.	$n=\overline{ab9}$ este divizibil cu $9 \Rightarrow a+b+9$ se divide cu 9, deci $a+b$ se divide cu 9	**2p**
	$n=\overline{ab9}$ este număr impar și se divide cu a și b, deci a și b sunt impare $\Rightarrow a+b$ este număr par, deci $a+b=18$ și obținem $a=b=9$, deci $n=999$	**3p**
3.	Numărul locuitorilor din al doilea cartier este $2x$, unde x este numărul de locuitori din primul cartier	**3p**
	$x+2x=2100 \Rightarrow 3x=2100$, deci $x=700$ de locuitori sunt în primul cartier și $700\cdot 2=1400$ de locuitori sunt în al doilea cartier	**2p**
4.	**a)** $a=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right):\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right):\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)=$	**3p**
	$=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}$	**2p**
	b) $b=3-2\sqrt{21}+7+2\sqrt{21}=10$	**3p**
	$a^{2020}\cdot b^{1010}=\frac{1}{10^{1010}}\cdot 10^{1010}=1$	**2p**
5.	$E(x)=\left((x+1)-(x-1)\right)\left((x+1)+(x-1)\right)+\left((2x+1)-(2x-1)\right)\left((2x+1)+(2x-1)\right)=$ $=2\cdot 2x+2\cdot 4x=12x$	**3p**
	Cum $E(n)=4\cdot 3\cdot n=2^2\cdot 3\cdot n$ este pătratul unui număr natural, obținem că n se divide cu 3	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ paralelogram, deci $P_{ABCD}=2(AB+BC)=$	**3p**
	$=2\cdot 12=24\text{cm}$	**2p**
	b) $m(\sphericalangle NAF)=360°-m(\sphericalangle NAD)-m(\sphericalangle BAD)-m(\sphericalangle BAF)=180°-m(\sphericalangle BAD)$ și, cum $ABCD$ paralelogram, deci $\sphericalangle BAD$ și $\sphericalangle ADC$ sunt suplementare, obținem $\sphericalangle NAF \equiv \sphericalangle ADC$	**2p**
	$AF=AB, AB=DC \Rightarrow AF=DC$ și, cum $\sphericalangle NAF \equiv \sphericalangle ADC$ și $NA=AD \Rightarrow \Delta NAF \equiv \Delta ADC$, deci $NF=AC$	**3p**

	c) $m(\sphericalangle CAP)=180°$, unde $\{P\}=AC\cap NF$, deci $m(\sphericalangle PAF)+m(\sphericalangle BAC)=90°$	**2p**
	$AB \parallel CD \Rightarrow \sphericalangle BAC \equiv \sphericalangle DCA$ și, cum $\sphericalangle DCA \equiv \sphericalangle AFN$, obținem $m(\sphericalangle PAF)+m(\sphericalangle AFP)=90°$, de unde obținem $m(\sphericalangle APF)=90° \Rightarrow AC \perp NF$	**3p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $P_{\Delta ABC}=3AB=$	**3p**
	$=3\cdot 18=54\text{ cm}$	**2p**
	b) $MO\perp(ABC)\Rightarrow m(\sphericalangle(MA,(ABC)))=m(\sphericalangle(MA,AO))=m(\sphericalangle MAO)$	**2p**
	ΔABC este echilateral, deci $AO=\frac{2}{3}AN=6\sqrt{3}\text{ cm}$ și, cum ΔMOA este dreptunghic, obținem $\text{tg}(\sphericalangle MAO)=\frac{MO}{AO}=\frac{1}{\sqrt{3}}$, deci $m(\sphericalangle MAO)=30°$	**3p**
	c) $MO\perp(ABC)\Rightarrow MO\perp BC$ și, cum $ON\perp BC$ și $MO\cap ON=\{O\}$, obținem $BC\perp(MON)$, deci $BC\perp AP$, unde $AP\perp MN$, $P\in MN$ și, cum $MN\cap BC=\{N\}$, obținem $AP\perp(MBC)$, deci $d(A,(MBC))=AP$	**2p**
	$AN=9\sqrt{3}\text{ cm}$, $MN=3\sqrt{7}\text{ cm}$ și, cum $\mathcal{A}_{\Delta MAN}=\frac{AP\cdot MN}{2}=\frac{MO\cdot AN}{2}$, obținem $AP=\frac{18\sqrt{21}}{7}\text{ cm}$	**3p**

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 30

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	0	**5p**
2.	2	**5p**
3.	90	**5p**
4.	20	**5p**
5.	90	**5p**
6.	$60\,000$	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida patrulateră cu baza pătrat	**4p**
	Notează piramida patrulateră cu vârful V și baza pătratul $ABCD$	**1p**
2.	$n=\overline{abc}\Rightarrow 100a+10b+c=34(a+b+c)\Rightarrow 8b=11(2a-c)$, de unde obținem 11 divide b, deci $b=0$ și $c=2a$	**3p**
	Obținem numerele 102, 204, 306 și 408	**2p**
3.	Vârsta mamei este $x-4$, vârsta fiicei $\frac{1}{3}(x-4)$, unde x este vârsta tatălui	**2p**
	$x+x-4+\frac{1}{3}(x-4)=88\Rightarrow x=40$ de ani	**3p**
4.	**a)** $a=\left(\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)-\sqrt{5}\right)\left(\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\sqrt{5}\right):\sqrt{6}=\left(\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2\right):\sqrt{6}=$	**3p**
	$=\left(2+2\sqrt{6}+3-5\right):\sqrt{6}=2\sqrt{6}:\sqrt{6}=2$	**2p**
	b) $b=\frac{1}{3}+\frac{1}{8}+\frac{1}{15}+\frac{1}{24}=\frac{8+3+1}{24}+\frac{1}{15}=\frac{1}{2}+\frac{1}{15}=\frac{17}{30}$	**3p**
	$(8a-30b)^{100}=\left(8\cdot 2-30\cdot\frac{17}{30}\right)^{100}=(16-17)^{100}=(-1)^{100}=1$	**2p**
5.	$E(x)=(x+3-x-1)(x+3+x+1)-\left(x^2-9\right)+\left(x^2-1\right)=2(2x+4)-x^2+9+x^2-1=4x+16$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(n)=4n+16\Rightarrow 4n+16\le 20\Rightarrow 4n\le 4$ și, cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔABC este dreptunghic în A şi $AD\perp BC$, $D\in BC\Rightarrow AB^2=BD\cdot BC=$	**3p**
	$=8\cdot 32=256\Rightarrow AB=16\,\text{cm}$	**2p**

	b) ΔABC este dreptunghic în A și $AD \perp BC$, $D \in BC \Rightarrow AD = \sqrt{BD \cdot DC} = 8\sqrt{3}\,\text{cm}$, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABD} = \frac{AD \cdot BD}{2} = 32\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**2p**
	ΔADC dreptunghic în D și M este mijlocul laturii $AC \Rightarrow \mathcal{A}_{\Delta AMD} = \frac{1}{2}\mathcal{A}_{\Delta ADC} = 48\sqrt{3}\,\text{cm}^2$, deci $\mathcal{A}_{ABDM} = \mathcal{A}_{\Delta ABD} + \mathcal{A}_{\Delta AMD} = 80\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**3p**
	c) ΔABC este dreptunghic în A și $AB = \frac{BC}{2} \Rightarrow m(\sphericalangle ACB) = 30°$ și, cum $MC = MD$, obținem $m(\sphericalangle DMC) = 120°$, deci $m(\sphericalangle AMN) = 60°$	**2p**
	ΔAMN este dreptunghic în A și $m(\sphericalangle AMN) = 60° \Rightarrow m(\sphericalangle ANM) = 30° \Rightarrow AM = \frac{MN}{2}$, deci $MN = 2AM$ și, cum $AC = 2AM$, obținem $MN = AC$	**3p**
2.	**a)** $ABCD$ pătrat, deci $P_{ABCD} = 4AB =$	**3p**
	$= 4 \cdot 6 = 24\,\text{cm}$	**2p**
	b) $ABCD$ pătrat cu $\{O\} = AC \cap BD \Rightarrow O$ este mijlocul segmentului BD și $BCC'B'$ dreptunghi cu $\{M\} = BC' \cap B'C \Rightarrow M$ este mijlocul segmentului BC', deci OM este linie mijlocie în $\Delta BDC'$	**3p**
	$DC' \parallel OM$ și $OM \subset (COM) \Rightarrow DC' \parallel (COM)$	**2p**
	c) M este mijlocul segmentului ON și M este mijlocul segmentului $B'C \Rightarrow OCNB'$ paralelogram, deci $B'N' \parallel OC$	**3p**
	$OC \parallel A'C' \Rightarrow B'N' \parallel A'C'$, deci punctele A', B', C' și N sunt coplanare	**2p**